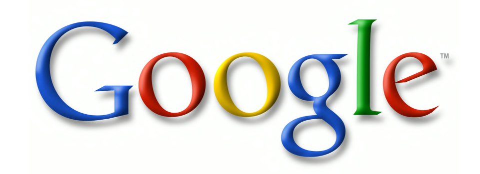
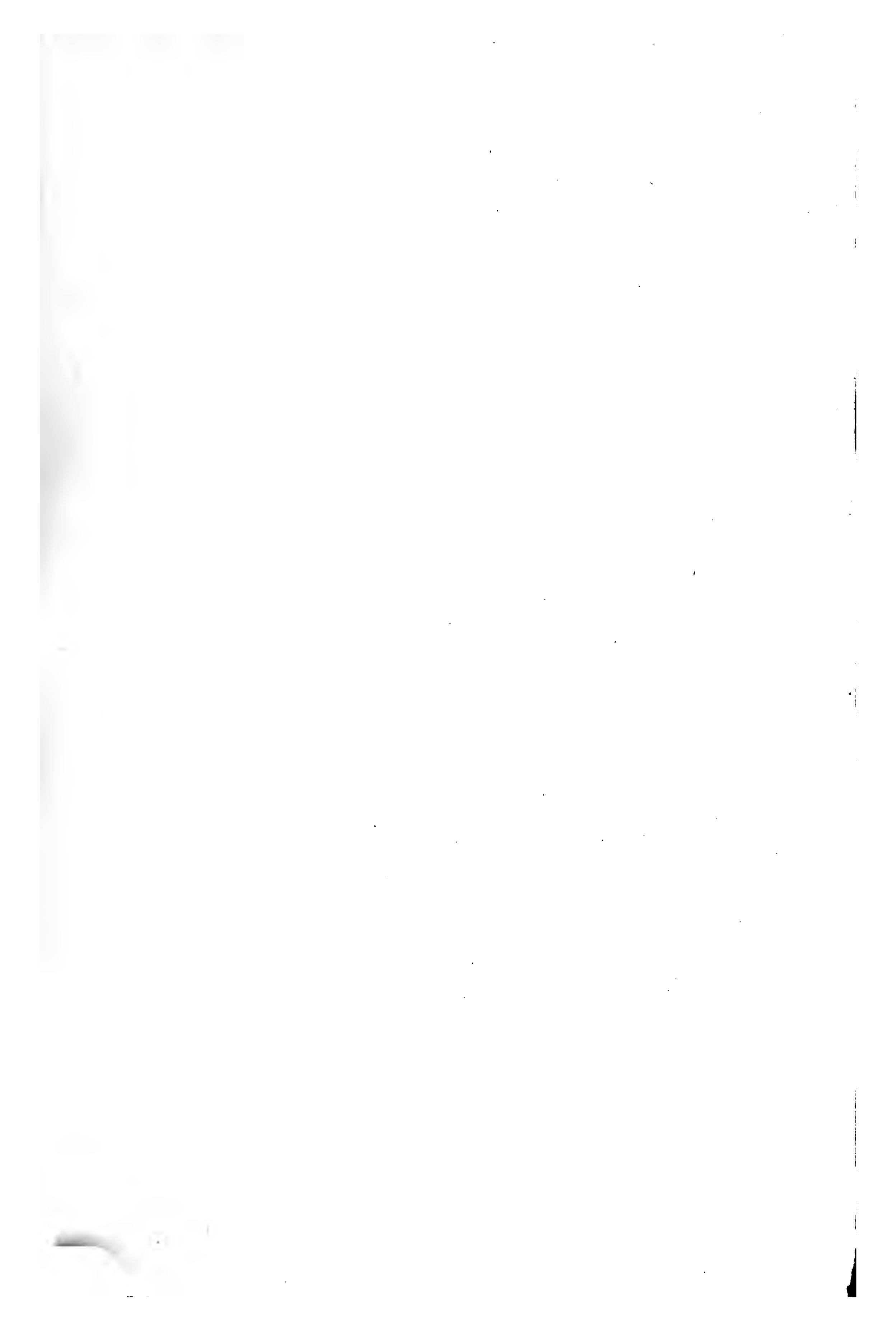




ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
NOUVELLE SÉRIE
II. *Droit, Lettres.* — Fascicule 18.

PHYSIQUE SOCIALE

Emploi combiné du système du Quotient *vrai* et du système du Quotient *fictif* pour la répartition des sièges

DANS LA

REPRÉSENTATION PROPORTIONNELLE

PAR

LE Dr MONOYER
Professeur de Physique Médicale à l'Université de Lyon

Avec 5 figures dans le texte



LYON
A. REY, IMPRIMEUR-ÉDITEUR
Rue Gentil, 4

PARIS
LIBRAIRIE ARTHUR ROUSSEAU
14, Rue Soufflot

1906

ANNALES DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

EN VENTE

A LYON

Alexandre REY, Imprimeur-Éditeur

4, rue Gentil

A PARIS

Chez les Libraires spéciaux

SUIVANTS

Librairie Arthur ROUSSEAU, 14, rue Soufflot.

Histoire de la Compensation en droit Romain, par C. Appleton, professeur à la Faculté de droit. *(Fasc. 21)*. . . . . 7 fr. 50

Caractères généraux de la loi de 1884 sur les Syndicats professionnels; justification de cette loi; réformes possibles. Etude de législation industrielle, par R. Gonnard, docteur en droit, licencié ès lettres, secrétaire à la Société d'Economie Politique, avec une Préface de M. P. Pic, professeur à la Faculté de Droit. *(Fasc. 36)* . . . 3 fr.

La Représentation des Intérêts dans les Corps élus, par Charles François, docteur en droit, (II, *Fasc. 2)*. . . . . 8 fr.

Mélanges Ch. Appleton : *Etudes d'histoire du droit* dédiées à M. Ch. Appleton, professeur à la Faculté de Droit de Lyon, à l'occasion de son XXV[e] anniversaire de professorat. (II, *Fasc. 13)*. 15 fr.

Physique sociale. — Emploi combiné du système du Quotient *oral* et du système du Quotient *fictif* pour la répartition des sièges dans la Représentation proportionnelle, par le D[r] Monoyer, professeur de physique médicale à l'Universite de Lyon, avec 5 figures dans le texte. (II, *Fasc. 18)*. . . . . 3 fr.

Librairie Félix ALCAN, 108, boulevard Saint-Germain.

Lettres intimes de J.-M. Alberoni adressées au comte I. Rocca, ministre des finances du duc de Parme, et publiées d'après le manuscrit du collège de S. Lazaro Alberoni, par Emile Bourgeois, maître de conférences à l'École Normale, avec un portrait et deux fac-similés. *(Fasc. 8)* . 10 fr.

Essai critique sur l'hypothèse des atomes dans la science contemporaine, par Arthur Hannequin, profes. à la Faculté des Lettres *(Fasc. 14)* 7 fr. 50

Saint Ambroise et la morale chrétienne au IV[e] siècle, par Raymond Thamin, ancien maître de conférences à la Faculté des Lettres de Lyon, professeur au Lycée Condorcet. *(Fasc. 15)*. 7 fr. 50

La République des Provinces-Unies, la France et les Pays-Bas espagnols de 1630 à 1650, par A. Waddington, professeur à la Faculté des Lettres.
Tome I (1630-42). 1 vol. *(Fasc. 18)* . . . 6 fr.
Tome II (1642-50) avec deux portraits et une carte. 1 vol. *(Fasc. 31)* . . . . 6 fr.

Le Vivarais. Essai de Géographie régionale, par Louis Bourdin, licencié ès sciences, diplômé d'Etudes supérieures d'Histoire et de Géographie, avec 20 gravures et 2 graphiques dans le texte. *(Fasc. 37)* . . . . 6 fr.

Librairie Alphonse PICARD et Fils, 82, rue Bonaparte.

La doctrine de Malherbe d'après son commentaire sur Desportes, par Ferdinand Brunot, maître de conférences à la Faculté des Lettres de l'Université de Paris, avec 5 pl. hors texte. *(Fasc. 1[er])*. 10 fr.

Le Fondateur de Lyon, Histoire de L. Munatius Plancus, par M. Jullien, professeur à la Faculté des Lettres, avec une planche hors texte. *(Fasc. 9)* . . . . 5 fr.

La Jeunesse de William Wordsworth (1770-1798). **Etude sur le « Prélude »,** par Emile Legouis, prof. à la Faculté des Lettres. *(Fasc. 22)* 7 fr. 50

La Question des Dix Villes impériales d'Alsace, depuis la paix de Westphalie jusqu'aux arrêts de « Réunions » du Conseil souverain de Brisach (1648-1680), par Georges Bardot, docteur ès lettres, professeur au Lycée et chargé de conférences à l'Université de Grenoble. (II, *Fasc. 1[er])*. 7 fr. 50

Ezéchiel Spanheim. — **Relation de la Cour de France en 1690,** *nouvelle édition*, établie sur les manuscrits originaux de Berlin, accompagnée d'un commentaire critique, de fac-similés, et suivie de la *Relation de la Cour d'Angleterre en 1704*, par le même auteur, publié avec un index analytique par Emile Bourgeois, maître de conférences à l'Ecole Normale supérieure, professeur à l'Ecole libre des sciences politiques. (II, *Fasc. 5)* 10 fr.

Histoire de l'Enseignement secondaire dans le Rhône de 1789 à 1900, par Chabot, professeur de science de l'éducation à l'Université de Lyon, et S. Charléty, maître de Conférences à la Faculté des Lettr. de l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 7)*. 6 fr.

Bibliographie critique de l'Histoire de Lyon, depuis les origines jusqu'à 1789, par Sébastien Charléty, professeur adjoint à la Faculté des lettres de l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 9)* . . . 7 fr. 50

Bibliographie critique de l'histoire de Lyon, depuis 1789 jusqu'à nos jours, par Sébastien Charléty, professeur adjoint à la Faculté des Lettres de l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 11)* . 7 fr. 50

Pythagoras de Rhégion, par Henri Lechat, ancien membre de l'Ecole d'Athènes, chargé de cours à l'Université de Lyon, ouvrage contenant dix-huit figures dans le texte (II, *Fasc. 14)*. . . 4 fr.

Les Philosophes et la Société Française au XVIII[e] siècle, par M. Roustan, agrégé des Lettres, docteur ès lettres, professeur de rhétorique supérieure au Lycée de Lyon. (II, *Fasc. 16)* . . . . 6 fr.

Documenti per la Storià dei rivolgimenti politici del Comune di Siena, dal 1354 al 1369; pubblicati con introduzione ed indici da Giuliano Luchaire, Incaricato nell' Università di Lione. (II, *Fasc. 17)*. . . . . . , ... 7 fr. 50

La mention en chiffres romains qui précède le numéro du fascicule indique, pour les ouvrages parus dans la Nouvelle Série, qu'ils appartiennent soit au groupe *Sciences-Médecine* (I), soit au groupe *Droit-Lettres* (II).

PHYSIQUE SOCIALE

Emploi combiné
du système du Quotient *vrai* et du système du Quotient *fictif*
pour la répartition des sièges

DANS LA

REPRÉSENTATION PROPORTIONNELLE

1° Qu'aucun des deux Systèmes considérés ne donne une représentation mathématiquement proportionnelle ;

2° Que chacun d'eux peut et *doit* être utilisé suivant les circonstances, c'est-à-dire, suivant le nombre des partis et leurs forces respectives ;

3° Que parfois même, il est nécessaire de *combiner* leur action, si l'on veut obtenir la répartition la meilleure, c'est-à-dire la moins défectueuse

---

CHAPITRE PREMIER

Principes de la répartition proportionnelle.

Pour l'intelligence de ce qui suivra, il nous paraît indispensable de rappeler brièvement les principes mathématiques qui président à l'emploi des deux Systèmes en présence.

Désignons par A, B, C, D, ... les nombres respectifs de voix contenues dans les diverses listes d'un collège électoral, ces listes étant rangées par ordre décroissant d'importance numérique.

Appelons N la somme des nombres précédents, c'est-à-dire la totalité des suffrages exprimés, *n* le nombre de sièges ou de mandataires à répartir dans les listes considérées et *Q* le quotient de la division de N par n. Nous aurons :

$$N = A + B + C + D + \dots\dots$$

et $$\frac{N}{n} = Q \qquad \text{d'où : } N = n\,Q$$

Q est ce que nous appellerons le Quotient électoral *vrai* ; il représente la valeur électorale d'un siège, à savoir le nombre de voix donnant droit à un siège.

Cela posé, pour connaître le nombre de voix à attribuer à chaque parti, on divise par Q successivement chacune des listes A, B, C, ...[1].

Considérons, par exemple, la liste A : divisons-la par Q et désignons par a_0 le résultat de la division ; nous pourrons écrire :

$$\frac{A}{Q} = a_0 \qquad \text{d'où : } A = a_0\,Q$$

[1] Il va de soi qu'au lieu de diviser par Q, on peut multiplier par son inverse $\frac{1}{Q}$: cela revient exactement au même.

a_0 représente la quote-part ou le *quantum* de la liste A, c'est-à-dire la quantité de sièges qui lui revient de droit.

Mais ici se présente une difficulté : un siège, pas plus que le mandataire qui l'occupe, ne peut être fractionné : il est indivisible et ne saurait rester dans l'indivision. Or, le *quantum* a_0 est presque toujours, pour ne pas dire toujours, un nombre fractionnaire ; la probabilité pour qu'il soit un nombre entier exact est si minime, si voisine de zéro, qu'il n'y a pas lieu de considérer une semblable éventualité en pratique. On verra plus loin de quelle manière la difficulté a été tournée.

Appelant a la partie entière de a_0, α_0 le reste fractionnaire décimal et posant $\alpha = \alpha_0 Q$, je puis écrire :

$$A = a_0 Q = a Q + \alpha_0 Q = a Q + \alpha$$

Il et facile de voir que α représente le reste brut, c'est-à-dire ce qui reste de A quand on arrête la division par Q à la partie entière a.

On peut donc présenter un tableau électoral sous les trois formes suivantes :

$$\begin{array}{lclclcl}
 & & \text{I} & & \text{II} & & \text{III} \\
A & = & a_0 Q & = & a Q + \alpha_0 Q & = & a Q + \alpha \\
B & = & b_0 Q & = & b Q + \beta_0 Q & = & b Q + \beta \\
C & = & c_0 Q & = & c Q + \gamma_0 Q & = & c Q + \gamma \\
D & = & d_0 Q & = & d Q + \delta_0 Q & = & d Q + \delta \\
\hline
N & = & n Q & = & m Q + (n\text{-}m) Q & = & m Q + (n\text{-}m) Q
\end{array}$$

TABL. I

Dans le cours de ce travail, nous nous servirons de préférence des formes I et II, à cause de la commodité des calculs et de la discussion ; le plus souvent même, nous ne ferons figurer dans le tableau que le *quantum* de chaque liste.

Nous avons inscrit au bas de chaque colonne la somme des quantités qui y figurent ; on voit que

$$n = a_0 + b_0 + c_0 + d_0$$
$$m = a + b + c + d$$
$$n\text{-}m = \alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 + \delta_0$$

Ajoutons que m est nécessairement un nombre entier (puisqu'il est la somme de nombres entiers), qui peut varier de o à (n-1). Quant à la somme des restes décimaux ($\alpha_0 + \beta_0 + \gamma_0 + \delta_0$), elle est égale au nombre entier (n-m) et représente le nombre complémentaire de sièges qui restent à répartir, lequel est compris pratiquement entre 1 et (p-1), p étant le nombre des partis ou listes en présence. La somme des restes bruts est égale à (n-m) Q. Une dernière remarque : il suffit qu'une liste donne un reste, pour qu'il y ait au moins une autre liste fournissant aussi un reste.

On voit, par ce qui précède, que les opérations indiquées pour la répartition des sièges en attribuent aux différentes listes des nombres représentés par les diviseurs entiers *a*, *b*, *c*, *d*,... dont le total *m* est inférieur à celui *n* des sièges disponibles. La question se pose alors de savoir à quelles listes on accordera les *(n-m)* sièges complémentaires. Ce problème a été résolu par deux méthodes *scientifiques* différentes, que nous appellerons, l'une le système du *quotient vrai* ou *des grands restes* et l'autre le système du *quotient fictif*.

I. — **SYSTÈME DU QUOTIENT VRAI** (S Q)

Le moyen qui s'est présenté le premier à l'esprit, comme étant le plus simple et le plus naturel pour tourner la difficulté signalée ci-dessus, consiste à *forcer* les fractions les plus fortes, c'est-à-dire à attribuer les sièges complémentaires aux listes offrant les plus grands restes.

Supposons que la division des listes par le quotient électoral Q ait laissé deux sièges dans l'indivision et que les restes décimaux γ_0 et δ_0 (ou les restes bruts γ et δ) des listes C et D soient plus grands que tous les autres : dans ce cas, on

ajoutera 1 unité à chacun des quantums entiers c et d, ce qui donnera les quantums majorés $c_1 = c + 1$ et $d_1 = d + 1$.

Le tableau électoral se présentera alors sous la forme :

$$
\begin{array}{llll}
A = & a\,Q & + & \alpha_0\,Q \\
B = & b\,Q & + & \beta_0\,Q \\
C = & (c+1)\,Q & - & (1-\gamma_0)\,Q \\
D = & (d+1)\,Q & - & (1-\delta_0)\,Q \\
\hline
N = & n\,Q & + & 0
\end{array}
$$

TABL. II

On voit que la somme des entiers a, b, d_1, c_1, est maintenant égale au nombre n des sièges, tandis que celle des restes est devenue égale à zéro, par suite du changement de signe et de valeur de ceux qui correspondent à des quantums majorés.

Donnons l'exemple numérique suivant :

$$
\begin{array}{llllllll}
A = & 5 \times Q & + & 0{,}1 \times Q & = & 5 \times Q & + & 0{,}1 \times Q \\
B = & 2 \times Q & + & 0{,}2 \times Q & = & 2 \times Q & + & 0{,}2 \times Q \\
C = & 1 \times Q & + & 0{,}8 \times Q & = & 2 \times Q & - & 0{,}2 \times Q \\
D = & \ldots & & 0{,}9 \times Q & = & 1 \times Q & - & 0{,}1 \times Q \\
\hline
N = & 8 \times Q & + & 2 \times Q & = & 10 \times Q & + & 0
\end{array}
$$

TABL. III

On a majoré les quantums des listes C et D, dont les restes 0,8 et 0,9 étaient les plus grands. Il en résulte que les dix sièges disponibles sont tous répartis. Si on veut avoir les valeurs numériques des listes, on n'a qu'à multiplier les nombres entiers et leurs restes par le quotient Q, auquel on peut donner en théorie telle valeur qu'il plaira; le plus simple est de supposer Q égal à 10 ou 100, ou 1000, etc.

On voit que dans le (S Q) la répartition des sièges a lieu par l'intermédiaire du quotient électoral *vrai*, la considération des plus grands restes n'intervenant que pour caser les sièges laissés dans l'indivision par la première opération.

II. — SYSTÈME DU QUOTIENT FICTIF (S Q′)

1° Majoration des quantums par un quotient fictif. — La division des différentes listes par le quotient *vrai* fournissant des quantums dont la somme des parties entières est inférieure au nombre total des sièges à répartir, on a pensé, non sans raison, qu'on pourrait arriver au résultat cherché, sans avoir à forcer des fractions, en faisant usage d'un quotient *fictif* plus petit que le quotient vrai. En effet, si le quotient par lequel on divise les listes est plus petit, il doit donner des quantums plus grands, et, s'il est convenablement choisi, la somme des parties entières de ces quantums peut devenir égale à n, nombre des sièges. On obtient ainsi, pour une élection à trois listes, le tableau suivant :

$$\begin{array}{l}
A = a'_0\,Q' = a'\,Q' + \alpha'_0\,Q' \\
B = b'_0\,Q' = b'\,Q' + \beta'_0\,Q' \\
\underline{C} = \underline{c'_0\,Q'} = \underline{c'\,Q'} + \underline{\gamma'_0\,Q'} \\
N = n'\,Q' = n\,Q' + (n'-n)\,Q' = n\,Q
\end{array}$$

TABL. IV

La somme des quantums entiers a′, b′, c′, d′, étant devenue égale au nombre *n* des sièges à répartir, on n'a plus à s'occuper des restes α'_0, β'_0, γ'_0, . . . ; mais ces derniers n'en existent pas moins et leur existence prouve que le système des quotients fictifs, pas plus que le système du quotient vrai, ne procure une répartition mathématiquement proportionnelle. J'ajouterai que prendre $Q' < Q$ revient à supposer qu'il y a un nombre fictif de sièges $n' > n$, de sorte qu'on peut écrire :

$$N = n'Q' = nQ$$

d'où ;

$$Q' = \frac{n}{n'}\,Q = \qquad \frac{u'}{N}$$

Appliquons la méthode précédente à l'exemple numérique du Tabl. III. Prenons le quotient fictif $Q' = \frac{10}{11,11..} Q = \frac{9}{10} Q$. Pour obtenir les nouvelles valeurs des quantums complets, il faut évidemment multiplier par $\frac{10}{9}$ celles du tableau, savoir : 5,1 ; 2,2 ; 1,8 ; 0, 9. En écrivant séparément les parties entières et les restes fractionnaires, on trouve :

			SQ		SQ'
A	= 5,1 Q	=	5 Q + 0,1 Q	=	5 Q' + 0,666. . Q'
B	= 2,2 Q	=	2 Q + 0,2 Q	=	2 Q' + 8,444. . Q'
C	= 1,8 Q	=	2 Q — 0,2 Q	=	2 Q' + 0
D	= 0,9 Q	=	1 Q — 0,1 Q	=	1 Q' + 0
N	= 10 Q	=	10 Q + 0	=	10 Q' + 1,111. . Q'

TABL. V

On trouve ainsi d'emblée la répartition des dix sièges entre les quatre listes, A, B, C, D, répartition représentée par les nombres 5, 2, 2, 1.

Dans le cas considéré, la répartition par le S Q' est identique à celle que fournit le S Q ; cette identité se rencontre fréquemment, mais il n'en est pas toujours de même.

Dans l'exemple suivant, la répartition est totalement différente entre les listes A, B, C, D :

le S Q donne 5, 2, 2, 1

et S Q' fournit 6, 3, 1, 0

On a, en effet :

			SQ		SQ'
A	= 5,4 Q	=	5 Q + 0,4 Q	=	6 Q' + 0,75 Q'
B	= 2,4 Q	=	2 Q + 0,4 Q	=	3 Q' + 0
C	= 1,5 Q	=	2 Q — 0,5 Q	=	1 Q' + 0,875 Q'
D	= 0,7 Q	=	1 Q — 0,3 Q	=	0 + 0,875 Q'
N	= 10 Q	=	10 Q + 0	=	10 Q' + 2,45 Q'

TABL. VI

On a obtenu les quantums du S Q′ en supposant $Q' = \frac{8}{10} Q$ et par suite en multipliant par $\frac{10}{8}$ les quantums exacts fournis par le quotient vrai Q. On remarquera que le S Q′ néglige une somme de restes égale à 2,45 Q′ et que, par suite, tous ses quantums entiers, sauf un, sont minorés, et de beaucoup, relativement à ses quantums complets[1].

2° Choix du quotient fictif Q′. — Pour pouvoir appliquer la Méthode des quotients fictifs, il faut évidemment, avant toutes choses, choisir convenablement le quotient dont on veut faire usage, et c'est ici que commencent les difficultés. Le quotient fictif, en effet, ne se trouve pas dans un rapport constant avec le quotient vrai ; il varie suivant les forces respectives des listes du tableau électoral : dans le Tabl. V, nous avons pris $Q' = 9/10\ Q$; dans le Tabl. VI, nous avons supposé $Q' = 8/10\ Q$, Et, fait plus singulier, pour un même tableau électoral, le quotient fictif procurant la répartition cherchée n'a pas une valeur unique : il est compris entre un maximum et un minimum. Ainsi, dans l'exemple numérique du Tabl. V, Q′ pouvait varier entre 9/10 Q et 51/60 Q ; dans le Tabl. VI, la valeur de Q′ était comprise entre 8/10 et 54/70 Q, sans pouvoir jamais dépasser la limite supérieure, ni atteindre la limite inférieure.

Différents procédés ont été imaginés pour calculer le quotient fictif ; mais tous, à l'exception d'un seul, sont compliqués, exigeant en moyenne trois ou quatre essais successifs avant de tomber sur la valeur convenable. Aussi nous contenterons-nous de mentionner pour mémoire les procédés de Hagenbach-Bischoff, professeur de Physique à l'Université

[1] Nous montrerons ultérieurement que dans le cas numérique en question, la répartition du S Q′ est presque 2 fois plus défectueuse que celle du SQ.

de Bâle, de Richard Siegfried (de Kœnigsberg), décrits dans le travail de M. Macquart (*loc. cit.*), et celui que vient de publier M. Pierre Faure[1] dans la *Revue scientifique*. J'ai hâte d'aborder un procédé qui l'emporte sur tous les autres par sa simplicité, sa sûreté et sa rapidité : je veux parler de celui que M. Macquart appelle, à bon droit peut-être, le système d'Hondt.

3° Procédé d'Hondt. — Ce procédé, qui date déjà de 1885, et dont on est redevable à feu d'Hondt, professeur de Droit à l'Université de Liège, constitue une véritable trouvaille à laquelle je me plais à rendre hommage. Il offre, en effet, ceci de particulier qu'il conduit, sinon d'emblée, du moins sans tâtonnement, à la valeur maximum du quotient fictif convenant à la solution du problème et que, fait étrange autant qu'admirable, ce quotient étant obtenu, on n'a besoin ni de l'essayer, ni même de s'en servir, une simple numération des opérations déjà effectuées suffisant à procurer la répartition cherchée.

Voici la règle à suivre : diviser le nombre de voix de chaque liste successivement par la suite naturelle des diviseurs entiers 1, 2, 3, 4, ... ; ranger ensuite par ordre décroissant d'importance numérique les quotients obtenus, jusqu'à concurrence du nombre de sièges à répartir ; il ne reste plus qu'à compter le nombre de quotients ressortissant à chaque liste pour avoir du même coup son quantum de répartition.

J'emprunte à M. Macquart son exemple numérique. Soit une élection à 10 sièges et 4 listes A, B, C, D ayant obtenu respectivement les nombres de voix inscrits sur la première ligne du tableau suivant :

[1] P. Faure, Théorie mathématique de la représentation proportionnelle (*Revue scientifique*, 5e sér., t. V, n° 6, p. 174, 10 février 1906).

	A	B	C	D
: 1	38.000	29.500	19.500	3.000
: 2	19.000	14.750	9.750	
: 3	12.666	9.833	6.500	
: 4	9.500	7.375		
: 5	7.600			
	4+1 +	3 +	2 +	0 = 10 sièges

TABL. VII

Je divise successivement chaque liste par 1, 2, 3, 4, . . . et j'obtiens les quotients inscrits dans chaque colonne en regard des diviseurs correspondants.

Je range ces quotients, jusqu'à concurrence de 10, par ordre décroissant de grandeur, en indiquant pour chacun la liste dont il provient. Cela donne :

Faisons le compte des quotients pour chaque liste et nous trouvons les nombres 5, 3, 2, 0 pour les listes A, B, C, D. Ces nombres représentent les quantums approchés des listes en question.

1er. . .	38.000	(A)
2e. . .	29.500	(B)
3e. . .	19.500	(C)
4e. . .	19.000	(A)
5e. . .	14.750	(B)
6e. . .	12.666	(A)
7e. . .	9.833	(B)
8e. . .	9.750	(C)
9e. . .	9.500	(A)
10e. . .	7.600	(A)

J'estime plus simple de faire ce décompte de la manière suivante : Je prends pour point de départ le quotient 9,500 de la liste A qui répond au diviseur 4 égal à la partie entière du quantum fourni par le quotient vrai, puis je cherche dans chacune des autres listes le quotient immédiatement supérieur (ou égal) au premier; je souligne ces trois quotients et j'inscris en bas de chaque colonne le diviseur qui a fourni le quotient utilisé ; la somme de ces diviseurs n'étant que de 9, je prends

encore le quotient immédiatement inférieur à celui du point de départ; ce quotient complémentaire a pour valeur 7.600 et appartient à la liste A; je le souligne en pointillé et j'ajoute 1 au diviseur 4 de la colonne A, ce qui me donne les dix sièges et leur répartition.

M. Macquart ajoute que le dernier quotient utilisé, soit 7600 [1], représente le quotient électoral (*fictif*, ne l'oublions pas!) par lequel on peut diviser chacune des listes pour obtenir identiquement la même répartition que celle qui a été trouvée à l'aide du mécanisme plus simple cidessus exposé. Cela est parfaitement exact, mais, ce qui l'est moins, ce sont les égalités qu'il écrit à l'appui de son dire, savoir [2].

$$38.000 : 7600 = 5$$
$$29.500 : 7600 = 3$$
$$19.500 : 7600 — 2$$
$$3.000 : 7600 = 0$$

Dans son grand désir de prouver, contre toute évidence, que la solution fournie par le S Q' est rigoureusement *proportionnelle*, il oublie les restes des divisions. M. Macquart voudra bien nous permettre de réparer cette omission et d'inscrire ces malheureux restes dont il n'a cure; nous aurons alors les égalités exactes :

$$\left.\begin{array}{rcrcrcr} 38.000 & : & 7600 & = & 5 & + & 0 \\ 29.500 & : & 7600 & = & 3 & + & 6700 : Q' \\ 19.500 & : & 7600 & = & 2 & + & 4300 : Q' \\ 3.000 & : & 7600 & = & 0 & + & 3000 : Q' \\ \hline 90.000 & : & 7600 & = & 10 & + & 14.000 : Q' \end{array}\right\}$$

La somme des restes bruts, savoir 14.000, est presque égale au double du quotient fictif Q' ou 7600.

Mais en voici bien d'une autre! En fait, les divisions effectuées dans le procédé d'Hondt conduisent à écrire les égalités exactes :

$$38.000 : 7600 = 5$$
$$29.500 : 9833 = 3$$
$$19.500 : 9750 = 2$$
$$3.000 : \infty = 0$$

Autant de quotients différents que de listes! Que devient alors la commune mesure sur laquelle M. Macquart insiste avec une complaisance des plus marquées? Que devient ce mètre qui ne s'allonge, ni ne se raccourcit? Restons-en là sur ce point de théorie et revenons-en au procédé lui-même.

[1] Le nombre 7600 est le maximum du quotient fictif; le quotient immédiatement inférieur, 7.375, en donne la valeur minimum.

[2] Macquart, *loc. cit.*, p. 549.

4° *Procédé abrégé de l'auteur.* — J'ai dit que le procédé d'Hondt était le plus rapide de tous pour obtenir une répartition des sièges conforme au SQ'. Toutefois, il convient de faire remarquer que le nombre des divisions à effectuer est au moins égal à celui des sièges à répartir ; aussi, quand ce nombre s'élève à 100, 200, 500 et plus, la durée des opérations prend-elle une longueur n'ayant d'égale que la lassitude qui en résulte, et il ne saurait plus être licite de parler de rapidité. Nous allons indiquer un procédé abrégé que nous nous permettons de recommander à l'attention de nos bons amis les Belges, qui, on le sait, font usage du procédé de leur compatriote.

Je note d'abord qu'il est parfaitement superflu de connaître dans chaque liste tous les quotients qui précèdent le dernier ou l'avant-dernier utilisé ; il suffit d'en savoir le nombre.

Or, ce nombre est donné par le chiffre du diviseur qui a servi à obtenir le quotient considéré.

Cela étant, nous commencerons pour chaque liste la recherche du quotient seulement à partir du diviseur égal à la partie entière du quantum *vrai*.

Soit, par exemple, une élection à 160 sièges et 4 listes.

Les listes ont :

Nombres de voix respectifs : 27.700 ; 3.400 ; 1.402 ; 198

Quantums correspondants : 135 ; 17 ; 7,01 ; 0,99

Laissant de côté la liste D = 198 qui a zéro comme partie entière de son quantum, je commence la division de la liste C par le nombre 7, ce qui donne 200,28 pour quotient ; je souligne ce quotient et j'en forme un second avec le diviseur 8 qui fournit 175,25. Passant à la liste B = 3400, je la divise par son quantum 17 ; j'inscris le quotient 200 que je souligne aussi, puis avec le diviseur 18, j'obtiens un second quotient 188. Arrivant à la liste A = 27.700, je la divise par son quantum entier 135 et je souligne le quotient ainsi obtenu ; la division par 136 me donne un deuxième quotient 198,5 que j'inscris au-dessous du précédent, et voilà les divisions terminées.

Il ne reste plus qu'à écrire au bas de chaque colonne le diviseur correspondant au quotient souligné ; la somme des valeurs de ces diviseurs étant seulement de 159, nous faisons entrer dans le compte le quotient immédiatement inférieur au plus petit des soulignés ; c'est ici 198,5 que je souligne en pointillé ; il appartient à la liste A et répond au diviseur 136. Nous ajoutons, en conséquence 1 siège aux 135 déjà inscrits dans la colonne A et nous avons ainsi la répartition complète des 160 sièges.

Les résultats des opérations susdites sont consignés dans le tableau suivant :

	A	B	C	D
: 1	27.000	3.400	1.402	198
: 7	. . . .	. . . . .	. . 200,28	
: 8	. . . .	. . . . .	. . 175,25	
: 17	. . . .	200		
: 18	. . . .	. 188		
: 135	. . 200			
: 136	. . 198,5			
n =	135 + 1	+ 17	+ 7	+ 0 = 160

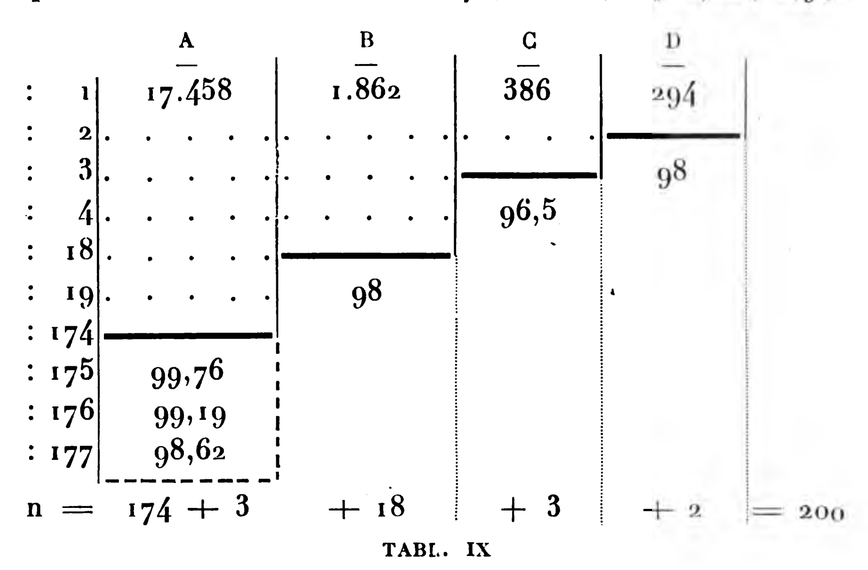
TABL. VIII

Ainsi, avec notre procédé abrégé, 6 divisions nous ont suffi pour effectuer la répartition des sièges suivant le S Q', tandis qu'il en eût fallu au delà de 160 avec le procédé ordinaire d'Hondt. Et le nombre 6 resterait sensiblement le même si celui des sièges devenait double, triple, quadruple ; tout au plus aurait-on à calculer un ou deux quotients pour la liste D.

En moyenne, il faut compter 2 divisions par liste, au besoin trois pour les listes numériquement les plus fortes. Il n'y a pas lieu de faire entrer en ligne de compte les 5 divisions qui nous ont été nécessaires pour obtenir le quotient vrai et les quatre quantums vrais, car nous verrons que, dans toute élec-

tion, la connaissance de ces grandeurs est indispensable, quel que soit le système de répartition auquel on ait recours.

Il n'était même pas nécessaire de connaitre les quotients soulignés en plein : il eût suffi de calculer dans chaque liste le quotient venant au-dessous du souligné et de prendre ensuite, pour compléter les *n* sièges, ces quotients de seconde ligne, en suivant l'ordre décroissant de leur valeur numérique. Cette manière d'opérer eût réduit le nombre des divisions à 3 ou 4 pour une élection quadri-partite. Dans le tableau ci-dessous, opérant comme il vient d'être dit, nous nous sommes borné à indiquer par un gros trait horizontal le quotient que donnerait la division par la partie entière du quantum vrai correspondant à chaque liste. Il nous a suffi ensuite de calculer le quotient obtenu par le diviseur suivant, sauf pour la liste la plus forte A, où il a fallu obtenir les quotients par les 3 diviseurs 175, 176 et 177, quotients tous plus grands que ceux des autres listes. Au total, 6 divisions seulement, au lieu de 200 et plus, pour une élection quadri partite à 200 sièges. — Les quantums vrais utilisés sont : 174,58 ; 18,62 ; 3,86 ; 2,94.



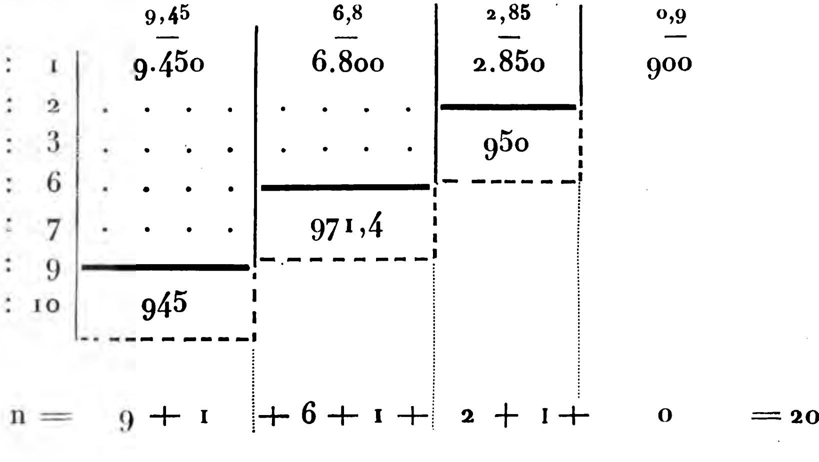
	A	B	C	D	
: 1	17.458	1.862	386	294	
: 2	. . . . .	. . . . .	. . . .	——	
: 3	. . . . .	. . . . .	——	98	
: 4	. . . . .	. . . . .	96,5		
: 18	. . . . .	——			
: 19	. . . . .	98			
: 174	——				
: 175	99,76				
: 176	99,19				
: 177	98,62				
n =	174 + 3	+ 18	+ 3	+ 2	= 200

TABL. IX

Notre manière d'opérer et le dispositif adopté pour la représenter mettent bien en lumière à la fois, d'une part la genèse commune des Systèmes du quotient vrai et du quotient fictif, d'autre part le mode différent suivant lequel les deux Systèmes répartissent les sièges. Dans l'exemple du Tabl. VIII le S Q aurait accordé le 160e siège indivis au reste le plus grand, c'est-à-dire à la liste D qui possède 99/100 du quotient électoral. Le S Q' le donne au parti le plus fort, à celui de la liste A qui a déjà son compte exact avec 135 sièges ; c'est tout simplement comme s'il prenait les 198 voix du parti D pour en faire cadeau au parti A.

Dans l'exemple du Tabl. IX, le S Q attribuerait un siège de plus à chacune des listes B, C, D ; le S Q' donne ces 3 sièges supplémentaires à la liste A qui a déjà plus que son quantum avec 175 sièges et qui se trouve ainsi gratifiée de 2 sièges auxquels elle n'a aucun droit.

Nous donnons dans le tableau suivant un troisième exemple numérique de notre procédé abrégé. Il s'agit d'une élection à 20 sièges et 4 listes ; les quantums exacts sont inscrits au-dessus de chaque liste. La répartition est obtenue ici avec 3 divisions seulement.



	9,45	6,8	2,85	0,9
: 1	9.450	6.800	2.850	900
: 2	. . . .	. . . .		
: 3	. . . .	. . . .	950	
: 6	. . . .			
: 7	. . . .	971,4		
: 9				
: 10	945			
n =	9 + 1	+ 6 + 1 +	2 + 1 +	0 = 20

TABL. X

CHAPITRE II

Mesure du degré d'approximation de la répartition des sièges dans une représentation dite proportionnelle.

1° NON-PROPORTIONNALITÉ DES RÉPARTITIONS. — La représentation proportionnelle, pour être mathématiquement exacte, devrait satisfaire à la série des relations suivantes :

$$\frac{A}{a_o} = \frac{B}{b_o} = \frac{C}{c_o} = \frac{D}{d_o} = \ldots\ldots = \frac{N}{n} = Q$$

A, B, C, D, . . . désignant les nombres de voix respectifs de chaque liste et a_o, b_o, c_o, d_o, . . . représentant leurs quantums *vrais*, c'est-à-dire exacts et complets.

On a vu que cette condition est impossible à réaliser en pratique, à cause de l'indivisibilité des sièges. En conséquence, on a dû se contenter d'attribuer à chaque liste un nombre entier comme quantum *approché*. Dans ce but, le Système du quotient vrai néglige les parties fractionnaires les plus petites et force les restes fractionnaires les plus grands, jusqu'à concurrence du nombre des sièges disponibles. Le SQ' a recours à un quotient fictif qui opère automatiquement la majoration des quantums, en commençant, en général, par ceux des listes les plus fortes, et il néglige tous les restes fractionnaires.

Or, la *néglection des parties fractionnaires constitue*, autant que leur majoration, *un expédient destructif de toute proportionnalité.*

En nous aidant de la Méthode graphique, nous allons rendre visible ce défaut de proportionnalité commun aux deux Systèmes en présence. Servons-nous, dans ce but, des éléments numériques du Tabl. VI qui sont :

Quantums vrais	5,4 ;	2,4 ;	1,5 ;	0,7
Quantums approchés (S Q)	5 ;	2 ;	2 ;	1
Quantums approchés (S Q')	6 ;	3 ;	1 ;	0

Portons sur l'axe des abscisses, à partir du point O (fig. 1), des longueurs O A, O B, O C, O D, proportionnelle aux forces numériques des listes A, B, C, D ; en ces différents points élevons des ordonnées proportionnelles aux quantums vrais des dites listes. Il suffit, pour obtenir ce dernier résultat, de

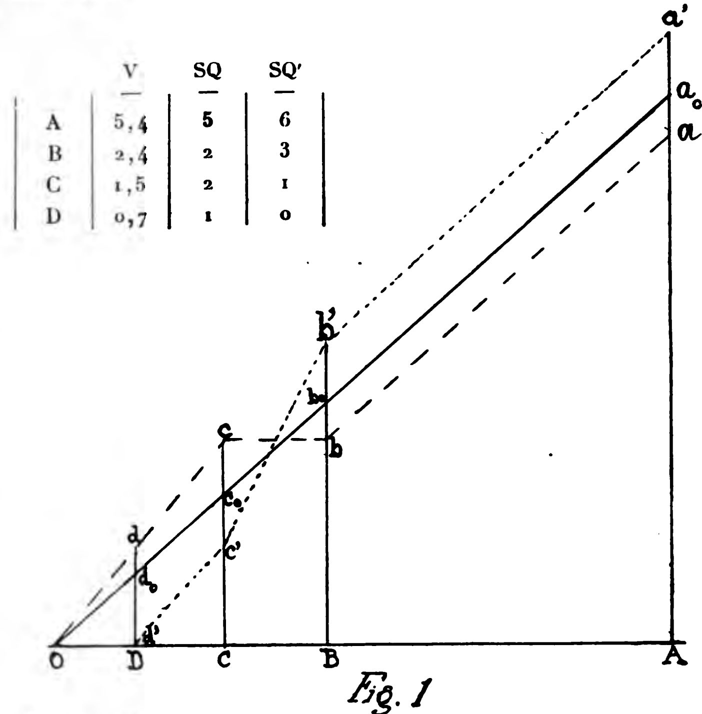


Fig. 1

prendre l'ordonnée A a_0 égale au quantum vrai 5,4 de la liste A et de joindre le point a_0 à l'origine des coordonnées : la droite O a_0 ainsi tracée représente la *ligne de proportionnalité* exacte et elle coupe les autres ordonnées en des points b_0, c_0, d_0, tels que leurs distances à l'axe des abscisses sont proportionnelles aux quantums vrais des listes correspondantes ; c'est la conséquence de la similitude des triangles semblables formés par ces ordonnées, toutes parallèles entre elles, avec l'axe O A

et l'oblique Oa_0. Cela fait, marquons sur chaque ordonnée les positions de ses deux quantums approchés, l'un fourni par S Q, l'autre par le S Q' : j'obtiens ainsi les points a, b, c, d pour S Q et a', b', c', d', pour S Q'. Réunissons enfin par des lignes à traits interrompus les points a, b, c, d, d'une part, et par des lignes pointillées les points a', b', c', d', d'autre part : nous obtenons ainsi deux séries de lignes brisées ou pointillées qui, par leur écartement de la droite $O\ a_0$ et par l'inégalité de leurs inclinaisons, accusent nettement le défaut de proportionnalité des répartitions engendrées par les deux Systèmes.

On voit même manifestement que des deux séries de lignes brisées, ou pointillées, c'est la série des pointillées, celle de S Q', qui s'écarte le plus de la proportionnalité.

Il appert de ce qui précède, et je ne saurais trop insister sur ce point, qu'aucun des deux Systèmes S Q et S Q' ne procure une répartition rigoureusement proportionnelle : ils ne donnent l'un et l'autre qu'une répartition plus ou moins approchée.

2° Calcul de l'approximation par les erreurs relatives. — La question se pose alors de savoir lequel des deux Systèmes fournit la solution la plus approchée. Pour répondre à ce desideratum, il faut de toute nécessité posséder un moyen de mesurer le degré d'approximation de la répartition des sièges. Ici je me trouve en présence d'un problème de physique, spécial, si l'on veut, mais qui n'en est pas moins de la compétence d'un physicien.

Le moyen est des plus élémentaires, et je m'étonne quelque peu que personne encore, à ma connaissance, ne l'ait ni indiqué, ni utilisé en matière électorale. Il consiste tout simplement à calculer l'erreur relative commise à l'égard de chacune des listes par la substitution d'un quantum approché au quantum vrai et à faire la somme *arithmétique* de ces erreurs. Ces opérations ayant été effectuées sur les différentes

répartitions en présence, il n'y a plus qu'à comparer entre elles les sommes obtenues pour pouvoir juger de la valeur relative des répartitions considérées.

Supposons, par exemple, qu'on ait les deux répartitions suivantes : $a_1, b_1, c_1, d_1..$ (S Q)
$a', b', c', d'..$ (S Q')
avec leurs quantums vrais $a_0, b_0, c_0, d_0..$

On calculera l'erreur relative ε_a de la liste A dans le système S Q et son erreur ε'_a dans le S Q', au moyen des formules :

$$\varepsilon_a = \frac{a_0 - a_1}{a_0} = 1 - \frac{a_1}{a_0} \text{ et } \varepsilon_a' = \frac{a_0 - a'}{a_0} = 1 - \frac{a'}{a_0}$$

On obtiendra de la même manière les erreurs relatives des autres listes dans les deux répartitions. Faisons alors les sommes :

$$\mathcal{E} = \varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c + \varepsilon_d \text{ et } \mathcal{E}' = \varepsilon_a' + \varepsilon_b' + \varepsilon_c + \varepsilon_d'$$

Celle des deux sommes qui a la plus petite valeur numérique indique évidemment la répartition la plus approchée et partant la meilleure.

Ainsi, la comparaison des erreurs totales suffit à nous renseigner sur la valeur relative de deux ou plusieurs répartitions de sièges.

On peut même, en pratique, se dispenser de faire figurer dans le total des erreurs celles qui se rapportent à des listes ayant les mêmes quantums approchés : la différence entre les deux sommes reste la même.

Mais, quand on tient à avoir une expression numérique du degré de l'approximation $\mathcal{A}$, il faut faire la somme des erreurs de toutes les listes sans exception et se rappeler que la grandeur $\mathcal{A}$ varie en raison inverse de l'erreur totale $\mathcal{E}$.

On posera donc : $\mathcal{A} = \frac{1}{\mathcal{E}}$, $\mathcal{A}' = \frac{1}{\mathcal{E}'}$.

La répartition est alors d'autant meilleure que l'approximation est plus élevée ; celle-ci devient égale à l'∞ pour une

erreur nulle (proportionnalité exacte) et égale à zéro pour une erreur infinie.

3° Démonstration du mode de calcul de l'erreur totale. — J'ai dit que, pour calculer l'erreur totale, il fallait faire la somme des erreurs relatives, sans avoir égard à leurs signes, et je vais le prouver, en démontrant qu'une erreur positive commise sur une liste ne saurait être compensée par l'erreur négative d'une autre liste.

Qu'on me permette, dans ce but, d'assimiler les quantums des listes

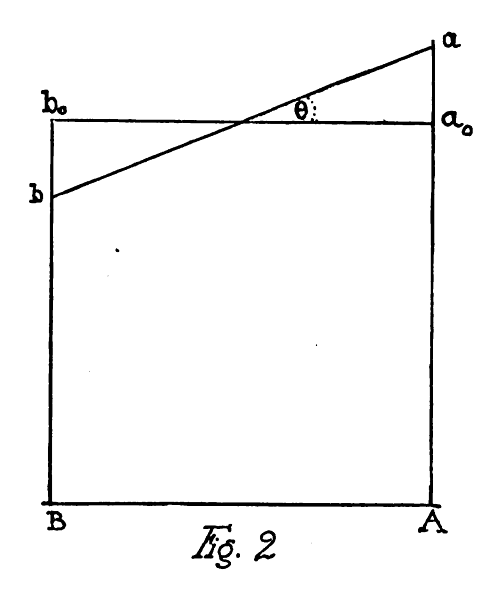


Fig. 2

aux piles d'un pont. Un ingénieur ordonne la construction de deux piles de 5 mètres de hauteur chacune, afin d'avoir un tablier horizontal. L'entrepreneur se trompe de 1 mètre en plus pour la pile A et de 1 mètre en moins pour la pile B. Les erreurs relatives commises sur ces piles sont égales en valeur absolue, mais de signe contraire ; on a : $\varepsilon_a = + 0{,}2$ et $\varepsilon_b = - 0{,}2$.

Notre ingénieur va-t-il faire la somme algébrique des deux erreurs et en conclure que, l'erreur totale étant égale à zéro, tout est pour le mieux dans le meilleur des mondes ? Il s'en gardera bien, s'il tient à sa place ; il fera la somme arithmétique des erreurs, ce qui donnera une erreur totale $\mathcal{E} = 0{,}4$, et il montrera que cette valeur représente la tangente trigonométrique de l'angle d'inclinaison qu'aurait le tablier construit sur

ces piles inégales, en supposant leur intervalle égal à 5 mètres : l'angle en question serait de 22 degrés. Inutile d'insister davantage.

La figure 2 représente à l'échelle voulue le tablier horizontal b_0 a_0 à construire sur des piles Aa_0, Bb_0 de hauteur égale et l'inclinaison qu'aurait le tablier ba, s'il était posé sur les piles inégales livrées par l'entrepreneur.

CHAPITRE III

Valeur comparée de la répartition des sièges dans les systèmes du quotient vrai et du quotient fictif.

I. — APPLICATION DU CALCUL DES ERREURS AUX SYSTÈMES SQ ET SQ′

Le chapitre précédent nous a mis en possession d'un moyen sûr, d'un critérium infaillible, pour juger du degré d'approximation d'une répartition de sièges. Nous allons en faire l'application aux systèmes S Q et S Q′.

Reprenons l'exemple numérique du Tabl. VI :

Quantums vrais	5,4	2,4	1,5	0,7
Quantums du S Q	5	2	2	1
Quantums du S Q′	6	3	1	0

Calculons les erreurs relatives dans chaque système et faisons-en les sommes. Nous trouvons :

$$\varepsilon_a = \frac{4}{54} = 0{,}0742 \qquad \varepsilon_a' = \frac{6}{54} = 0{,}1111$$

$$\varepsilon_b = \frac{4}{24} = 0{,}1666\ldots \qquad \varepsilon_b' = \frac{6}{24} = 0{,}25$$

$$\varepsilon_c = \frac{5}{15} = 0{,}3333\ldots \qquad \varepsilon_c' = \frac{5}{15} = 0{,}3333\ldots$$

$$\varepsilon_d = \frac{3}{7} = 0{,}4280 \qquad \varepsilon_d' = \frac{7}{7} = 1$$

$$\mathcal{E} = 1{,}0022 \qquad \mathcal{E}' = 1{,}6944$$

TABL. XI

L'erreur totale $\mathcal{E}$ étant plus petite que $\mathcal{E}'$, il s'ensuit que la répartition du S Q est meilleure que celle du S Q′ et doit lui être préférée.

Prenons, d'autre part, l'exemple suivant :

Quantums vrais :	5,26 ;	3,24 ;	1,20 ;	0,30
Répartition S Q :	5 ;	3 ;	1 ;	1
Répartition S Q' :	6 ;	3 ;	1 ;	0

TABL. XII

Faisons le calcul des erreurs relatives et leurs sommes dans les deux systèmes, en négligeant les erreurs des listes B et C qui ont respectivement les mêmes quantums approchés dans les deux répartitions ; nous trouvons :

$$\varepsilon_a = \frac{26}{526} = 0,0494 \qquad \varepsilon_a' = \frac{74}{526} = 0,1405$$

$$\varepsilon_d = \frac{7}{3} = 2,3333\ldots \qquad \varepsilon_d' = \frac{3}{3} = 1$$

$$\mathcal{E} = 2,3827 \qquad \mathcal{E}' = 1,1405$$

Ici, c'est le S Q' qui l'emporte, avec une erreur moitié plus petite que celle de S Q ; c'est lui qui donne la répartition la plus approchée ou la moins défectueuse.

Voilà donc un fait acquis et scientifiquement démontré : aucun des deux systèmes S Q et S Q' ne peut prétendre seul au rôle de répartiteur des sièges électoraux dans tous les cas ; c'est tantôt l'un, tantôt l'autre qui se trouve en état de fournir la solution la plus approchée de la proportionnalité exacte ; cela dépend des valeurs respectives des quantums vrais. Aussi, désormais, toute discussion sur la prééminence de tel ou tel système doit-elle être écartée comme oiseuse et de nul intérêt.

Au lieu de parler de l'antagonisme des deux systèmes, il serait plus exact de dire qu'ils se complètent mutuellement.

Qu'aucun des systèmes considérés — et ce sont les seuls scientifiques — ne suffise à lui seul à résoudre le problème de la représentation proportionnelle dans toute sa généralité, cela semble indiquer l'existence d'un point faible, d'un vice constitutionnel, différent pour chacun d'eux, mais inévitable. En y

regardant de près, on ne tarde pas à découvrir le défaut soupçonné.

II. — CRITIQUE DU SYSTÈME DU QUOTIENT VRAI

Dans le SQ, le principe du forcement des restes fractionnaires est légitime, quand il s'exerce sur des fractions plus grandes que 1/2 ; mais il devient sujet à caution lorsque la fraction a une valeur plus petite.

Avec ce système on peut être amené à attribuer un siège à une liste réunissant seulement le 1/4 du quotient électoral (élection quadri-partite), le 1/10 (élection déca-partite) et même moins. Or, si la représentation proportionnelle a été imaginée pour donner aux minorités la possibilité d'être représentées et de ne pas être écrasées par les grosses majorités, il ne s'ensuit pas que cette disposition doive aller jusqu'à permettre à d'infimes minorités d'obtenir des avantages dépassant toute mesure ; ce serait de la justice à rebours.

Dans le Tabl. XII, nous avons déjà donné un exemple où le SQ avait forcé la fraction 0, 30 de la liste D, et le calcul des erreurs nous a montré que la répartition qui en résulte est mauvaise. Voici un autre exemple où l'erreur est encore plus élevée, la fraction forcée n'étant que de 0, 21 :

	A	B	C	D	E
Quantums vrais :	4, 20 ;	3, 20 ;	2, 20 ;	1, 19 ;	0, 21
— de SQ	4 ;	3 ;	2 ;	1 ;	1
— de SQ′	5 ;	3 ;	2 ;	1 ;	0

$$\varepsilon_a = \frac{20}{420} = 0,0476 \qquad \varepsilon'_a = \frac{80}{420} = 0,1904$$

$$\varepsilon_e = \frac{79}{21} = 3,76 \qquad \varepsilon'_e = \frac{21}{21} = 1$$

$$\mathcal{E} = 3,8076 \qquad \mathcal{E}' = 1,1904$$

TABL. XIII

Ce cas est évidemment aussi justiciable du S Q′ ; la répartition du S Q ne vaut rien du tout.

Parmi les griefs invoqués contre l'emploi du S Q, on a signalé le cas des *restes égaux ;* c'est là une éventualité qui, tout comme l'absence totale de restes, ne saurait guère se présenter dans la réalité, car la probabilité d'un tel événement tend vers zéro, à mesure que le nombre des listes, des sièges et des électeurs augmente.

Quoi qu'il en soit, en présence de restes égaux, on ne sait sur lequel effectuer le forcement de la fraction. Que faire en pareille occurrence? Si la question m'avait été posée, il y a quelques semaines, je me serais borné à répondre que le cas des restes égaux n'est pas plus embarrassant que celui des *quotients égaux* dans le procédé d'Hondt, et qu'après tout, pour rester dans l'esprit de la Représentation proportionnelle, il valait mieux attribuer les sièges indivis aux listes les plus faibles numériquement.

Ma réponse actuelle sera tout autre, grâce au moyen précieux qui me permet de mesurer le degré d'approximation d'une répartition de sièges.

Je prends l'exemple numérique cité par M. Macquart[1], en le réduisant à ses quantums vrais :

7, 25 ;   2, 25 ;   1, 25 ;   0, 25

Il s'agit, on le voit, de choisir la liste à laquelle on attribuera le 11e siège resté indivis, en forçant l'une des fractions égales 0,25. Rien n'est plus facile. Je vais ajouter un siège successivement à chacune des listes : cela donnera les 4 combinaisons inscrites dans le tableau ci-dessous et numérotées I, II, III, IV. Je calcule les erreurs relatives de chaque liste dans chacune de ces répartitions et je fais les quatre sommes qui figurent au bas des colonnes.

[1] *Loc. cit.*, p. 547.

		I	II	III	IV
QUANTUMS	7,25	7	7	7	8
	2,25	2	2	3	2
	1,25	1	2	1	1
	0,25	1	0	0	0
ERREURS	ε_a	0,034	0,034	0,034	0,103
	ε_b	0,111	0,111	0,333	0,111
	ε_c	0,2	0,6	0,2	0,2
	ε_d	3	1	1	1
	$\mathcal{E}$	3,345	1,745	1,576	1,414

Nous constatons alors avec une certaine satisfaction que l'erreur totale $\mathcal{E}$ va en décroissant de la combinaison I à la combinaison IV, où elle atteint son minimum 1,414. Nous en concluons que cette dernière est la meilleure ; or, la combinaison IV est identique à la répartition qu'aurait fournie le S Q′ ; mais, remarquons-le bien, le S Q est parvenu seul, sans l'aide du S Q′, à la solution la plus approchée et cela, grâce au calcul des erreurs relatives.

Si les restes décimaux, au lieu d'être égaux à 0, 25, avaient pour valeur commune 0, 75, cela indiquerait que trois sièges indivis sont à répartir, et le nombre des combinaisons possibles serait encore de 4. Or en procédant comme ci-dessus, on trouve qu'ici, la répartition de SQ′ (n° IV), loin d'être la meilleure, est la plus mauvaise ; les erreurs totales inscrites dans la dernière colonne du tableau suivant vont en croissant de la combinaison I à IV, et montrent que la plus approchée des répartitions est celle du n° I, laquelle rentre dans l'esprit de la Représentation proportionnelle. Voici le tableau des données et des résultats :

					$\mathcal{E}$
Quantums vrais :	4, 75 ;	2, 75 ;	1, 75 ;	0, 75	
Répart. I....	4 ;	3 ;	2 ;	1	0, 72
— II...	5 ;	2 ;	2 ;	1	0, 78
— III..	5 ;	3 ;	1 ;	1	0, 90
— IV..	5 ;	3 ;	2 ;	0	1, 28

Il est pourtant un cas des plus embarrassants, le seul, celui où les restes décimaux sont égaux à 1/2 ou 0, 5. En supposant une élection quadripartite (à 4 listes) avec 4 restes égaux chacun à 0, 5, on a 2 sièges indivis à distribuer. En attribuant chacun de ces sièges successivement à chaque liste, on obtient 6 combinaisons différentes. Or, en opérant comme dans le cas précédent, on s'aperçoit que l'erreur de chaque liste est la même dans toutes les combinaisons, en sorte que l'erreur totale est aussi la même, et parmi ces combinaisons figure la répartition que donnerait S Q'. Donc les 6 combinaisons sont équivalentes, sous le rapport de leur approximation et l'une ne vaut ni plus ni moins que les autres. Que faire alors ? Je ne vois que trois manières de sortir d'embarras : ou attribuer les 2 sièges disponibles aux listes les plus faibles, toujours pour rester dans l'esprit de la Représentation proportionnelle, ou les tirer au sort, ou recommencer l'élection. Mais, avant que semblable éventualité se produise, il se passera un temps d'autant plus long que seules les élections, dont le nombre des listes ou partis est *pair*, peuvent donner lieu à des quantums ayant tous leurs restes décimaux égaux à 0,5 [1].

On a aussi reproché au SQ le fait que le déplacement d'une seule voix entre deux listes peut suffire à enlever un siège à l'une d'elles pour le donner à une autre liste ; c'est là un

[1] Si l'on désigne par p le nombre des listes dans une élection, celui des cas avec restes égaux est égal à $(p - 1)$. Ainsi, dans une élection quadripartite, il peut y avoir 3 cas avec restes égaux, et la somme des restes dans chaque cas est égale respectivement à 1, 2, 3. En divisant cette somme par $p = 4$, on a pour les valeurs respectives des restes les nombres 1/4, 1/2, 3/4. En supposant p impair et égal à 5, on aurait 4 cas d'égalité des restes avec les valeurs correspondantes 1/5, 2/5, 3/5, 4/5.

inconvénient qui se présente également dans le S Q' et contre lequel il n'y a pas de remède. Je n'insiste pas.

Quand aux plaintes formulées par les électeurs suisses à l'adresse du S Q, et dont M. Macquart s'est fait l'écho complaisant, je les considère comme sans fondement valable, c'est-à'dire sans base scientifique ; elles témoignent simplement du dépit de majorités qui voient leur échapper un siège sur lequel elles croyaient pouvoir compter et elles dénotent une méconnaissance absolue de la différence existant entre une proportionnalité mathématiquement exacte et un ensemble de rapports qui ne sont pas égaux entre eux, qui ne peuvent pas l'être, en raison même de « la nature des choses ». J'ai soumis les élections genevoises de 1898 au contrôle de mon criterium et j'ai constaté que la répartition effectuée conformément au S Q comportait une erreur totale de 1,074 tandis que la répartition de S Q' aurait donné une erreur de 1, 717 (je n'ai pas fait entrer en ligne de compte les erreurs des listes C et D qui étaient les mêmes dans les deux répartitions). Nos bons amis de Genève ont donc eu tort de se plaindre. Dans les élections de 1904, la répartition *arbitraire* adoptée était affectée d'une erreur totale de 1, 48, presque aussi forte que celle de S Q' avec 1, 547; le S Q n'eût donné que 1, 114 d'erreur : cette fois les plaintes avaient quelque raison d'être. Ne parlons pas des élections du Tessin où les deux systèmes étaient d'accord pour donner une répartition comportant la minime erreur de 0, 023 : les Tessinois ont préféré une répartition *arbitraire* entachée d'une erreur de 0, 811. — Morale de l'histoire : il ne faut jamais introduire de stipulation arbitraire dans la question de la représentation proportionnelle ; le remède est pire que le mal qu'on cherche à éviter.

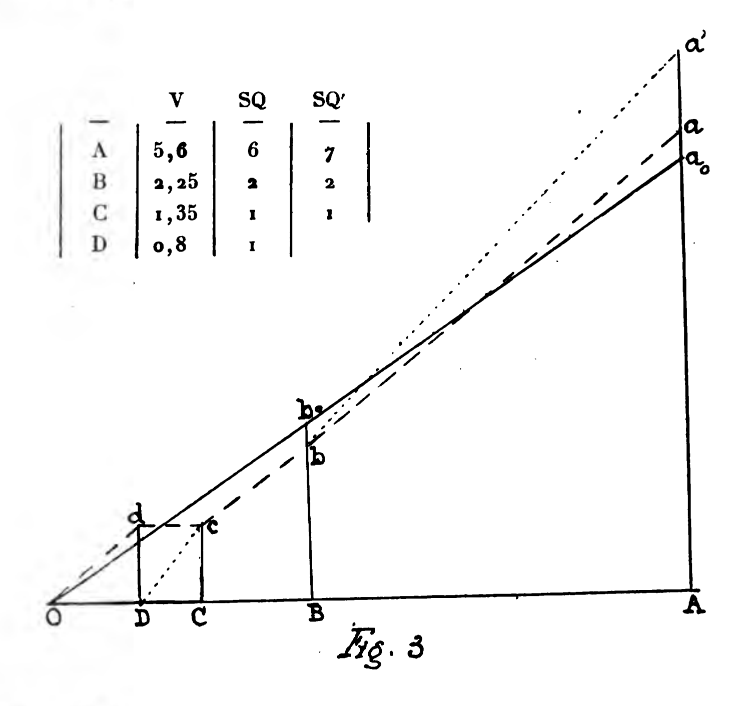
III. — CRITIQUE DU SYSTÈME DU QUOTIENT FICTIF

Il nous reste à montrer que le système du quotient fictif possède aussi son point faible qui éloigne souvent sa répartition hors des limites d'une approximation raisonnable et qui entraîne parfois des conséquences en contradiction avec les principes de la justice la plus élémentaire.

L'emploi d'un quotient fictif, plus petit que le quotient vrai, constitue en somme une méthode que je serais tenté de qualifier de frauduleuse ; c'est un expédient proche parent du truc dont se servirait un marchand peu scrupuleux qui, ayant à livrer 25 mètres d'étoffe et n'en possédant que 24, raccourci-

rait de 4 centimètres sa règle-mètre, afin de pouvoir la porter 25 fois dans la longueur de 24 mètres.

Le quotient fictif opère de manière semblable : il majore les quantums vrais, et de telle sorte que ce sont, en général, ceux des listes les plus fortes qui, les premiers, voient leur partie entière augmenter de 1 unité. Ainsi, tandis que le SQ avan-



	V	SQ	SQ′
A	5,6	6	7
B	2,25	2	2
C	1,35	1	1
D	0,8	1	

Fig. 3

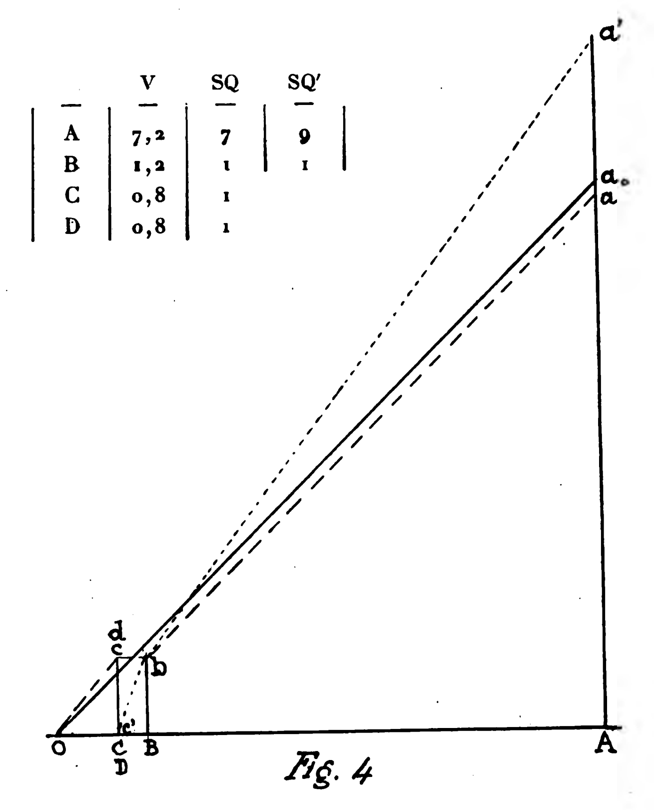
tage dans certains cas les minorités, le SQ′ tend toujours à avantager les grosses majorités. Les défauts des deux systèmes se manifestent, comme on le voit, dans deux directions opposées : aussi, quand leurs répartitions diffèrent entre elles, on peut être assuré de trouver les quantums des listes fortes majorés dans SQ′, et par contre ceux des listes faibles majorés dans SQ.

A coup sûr, ce ne sont pas les majorités qui se plaindront jamais du SQ′ employé exclusivement.

Les exemples suivants, illustrés par la méthode graphique,

vont mettre en évidence le défaut du SQ′ et ses méfaits dans le sens indiqué.

Je renvoie le lecteur au chapitre II (fig. 1) du présent mémoire pour la description de la manière dont je représente graphiquement la répartition des sièges dans une élection. Rappelons seulement que la droite Oa_0 figure la ligne de pro-



	V	SQ	SQ′
A	7,2	7	9
B	1,2	1	1
C	0,8	1	
D	0,8	1	

Fig. 4

portionnalité exacte qui passe par les quantums vrais, que la ligne brisée formée de traits discontinus représente la répartition donnée par SQ et que la ligne pointillée indique la répartition due au SQ′. Dans l'angle supérieur de gauche de chaque figure sont inscrits les quantums vrais (col. V) et les quantums approchés fournies par SQ et SQ′.

On voit dans l'exemple de la figure 3 que le SQ′ attribue à

la forte liste A *un* siège de plus que le nombre donné par le SQ, bien que le dit nombre soit déjà majoré par rapport au quantum vrai ; la liste D n'obtient rien du SQ', avec un quantum égal aux 8/10 du quotient électoral. Le calcul des erreurs relatives donne :

$$\mathcal{E} = 0{,}327 \quad \ldots \quad \mathcal{E}' = 1{,}25$$

d'où je conclus que la répartition par le SQ est de beaucoup la meilleure.

Dans l'exemple de la figure 4, le SQ' donne à A 2 sièges de plus que le nombre accordé par SQ ; il octroie 1 siège à B et c'est tout. La liste A qui ne représente pas les 3/4 des suffrages exprimés s'adjuge ainsi les 9/10 des sièges dans le SQ'.

Conséquence : $\mathcal{E} = 0{,}778 \quad \ldots \quad \mathcal{E}' = 2{,}25$.

Le SQ a fourni une répartition bien plus approchée que celle de SQ'.

Citons encore, à titre de curiosité, les deux exemples suivants :

	A	B	C	D	
Quantums vrais :	3,8	3	0,7	0,5	
Rép. SQ :	4	3	1	0	$\mathcal{E} = 0{,}428$
Rép. SQ' :	4	4	0	0	$\mathcal{E}' = 1{,}333$

TABL. XIV

	A	B	C	D	
Quantums vrais :	4	3	0,7	0,3	
Répart. SQ :	4	3	1	0	$\mathcal{E} = 0{,}428$
Répart. SQ' :	5	3	0	0	$\mathcal{E}' = 1{,}25$

TABL. XV

Ils ne diffèrent l'un de l'autre que par le déplacement de 2/10 du quotient électoral qui, dans le second exemple, ont passé de la liste D à la liste A.

Le SQ donne la même répartition dans les deux cas ; mais le SQ' fournit deux répartitions différentes entre elles et diffé-

rentes de celle du SQ. Dans le premier exemple, SQ′ attribue 1 siège à B en sus de son dû; dans le deuxième exemple, il enlève ce siège supplémentaire à B pour le donner à A qui n'a droit qu'à 4 sièges et qui en obtient ainsi 5. Le SQ ne se permet pas de ces facéties-là. Et que dit le calcul des erreurs ? Il dit que la répartition de SQ est bien meilleure ; celles de SQ′ sont tout aussi mauvaises l'une que l'autre.

Voici enfin un exemple dont le résultat dépasse toute mesure et montre bien l'influence abusive d'une grosse majorité sur la répartition selon le SQ′. Il s'agit du cas dont nous nous sommes servi pour la démonstration de notre procédé abrégé du quotient fictif (Ch. I, II, 4, Tabl. VIII). Les listes A et B ont des quantums vrais entiers 135 et 17 ; la liste C a presque un quantum entier 7,1 ; la liste D n'a que 0,99, mais il lui manque seulement 1/100 pour atteindre la valeur du quotient électoral. Néanmoins, le SQ′, sur 160 sièges, n'en accorde pas un seul à D ; en revanche il gratifie d'un siège supplémentaire la liste A qui avait déjà son dû avec 135 sièges et n'avait plus rien à réclamer.

Résultat : $\mathcal{E} = 0{,}01 \quad \ldots \quad \mathcal{E}' = 1{,}0073$

L'erreur de SQ est presque nulle : c'est à 1/100 près la répartition exactement proportionnelle. On voit ce qu'elle devient avec le SQ′ : elle est de plus de 100 fois supérieure. Nous recommandons l'étude de ce cas aux électeurs de Belgique.

Pour faire sentir l'injustice flagrante d'une telle répartition, je demande à M. Macquart la permission de lui emprunter la comparaison à laquelle il a eu recours au début de son remarquable mémoire, en vue de faire comprendre le principe de la Représentation proportionnelle.

Les listes représentent 4 ouvriers A, B, C, D, et les quantums correspondants à leurs journées de travail ; la journée de dix heures est payée à raison de 10 francs. Le contremaître paye en pièces de 10 francs les 135 journées de A, les 17 de

B, les 7 de C, en négligeant la fraction de 0,01 qui représente seulement 0 fr. 10. Reste une pièce de 10 francs à distribuer. Le contremaître de SQ la donnerait sans hésiter à l'ouvrier D qui a travaillé tout une journée de 10 heures moins 6 minutes. Mais le contremaître de SQ', à cheval sur le règlement, refuse d'accorder ladite pièce à D, parce qu'il manque à ce dernier 6 minutes pour avoir droit au prix d'une journée. Et à qui fait-il cadeau de ces 10 francs ? A l'ouvrier A qui a déjà touché tout son dû, soit 1.350 francs, et qui, d'ailleurs, ne réclame rien de plus. Quant à D, il aura travaillé pendant 9 h. 54 minutes *gratis pro Deo !* Est-ce là de la justice distributive ? Inutile d'insister.

Le S Q' se montre même d'une prodigalité sans bornes à l'égard des très fortes majorités : tel est le cas du deuxième exemple (Tabl. IX) dont nous nous sommes servi pour la démonstration de notre procédé ultra-abrégé du système du quotient fictif. Transcrivons-en les quantums vrais V et les répartitions par S Q et SQ' :

	SQ	V	SQ'
A	174	174,58	177
B	19	18,62	18
C	4	3,86	3
D	3	2,94	2

La somme des restes décimaux des quantums vrais indique qu'il y a 3 sièges complémentaires à répartir.

Le S Q en accorde 1 à chacune des listes B, C, D, qui ont les plus grands restes. Le S Q' les donne tous les trois à la plus forte des listes A, laquelle a le plus petit reste et aurait au-delà de son dû, si on lui concédait un siège complémentaire. Jamais on ne verra le S Q octroyer plus d'un siège complémentaire à une seule et même liste, quelque forte qu'elle soit numériquement ; pareille générosité n'est pas dans ses moyens.

Calculons les erreurs dans l'exemple considéré; nous trouvons :

$$\varepsilon_a = \frac{58}{17458} = 0{,}00334 \qquad \varepsilon'_a = \frac{242}{17458} = 0{,}0139$$

$$\varepsilon_b = \frac{38}{1862} = 0{,}02400 \qquad \varepsilon'_b = \frac{62}{1862} = 0{,}0334$$

$$\varepsilon_c = \frac{14}{386} = 0{,}03625 \qquad \varepsilon'_c = \frac{86}{386} = 0{,}2220$$

$$\varepsilon_d = \frac{6}{294} = 0{,}02040 \qquad \varepsilon'_d = \frac{94}{294} = 0{,}3200$$

$$\mathcal{E} = 0{,}08399 \qquad \mathcal{E}' = 0{,}5893$$

La répartition par le SQ' accuse une erreur totale $\mathcal{E}'$ sept fois plus grande que celle qui est due au SQ : c'est donc cette dernière répartition qu'on doit préférer comme étant de beaucoup la meilleure.

IV. — Recherche méthodique du degré d'utilisation de SQ et SQ' dans les élections pluri-partites.

Pour compléter notre étude comparative des systèmes du quotient vrai et du quotient fictif, nous estimons intéressant et utile de rechercher la proportion relative suivant laquelle ces deux méthodes de répartition proportionnelle sont utilisables dans les élections *pluri-partites* ou à plusieurs listes, quand on fait varier progressivement les rapports mutuels des forces électorales en présence. Nous bornerons cette recherche aux élections bi-partites, tri-partites, quadri-partites, et seulement pour un nombre restreint de sièges, vu la complexité croissante du problème avec le nombre des listes et des sièges.

1. — ÉLECTION BI-PARTITE

Nous avons représenté les forces électorales des listes A et B par leurs quantums vrais a_0, b_0 qui sont évidemment dans le même rapport.

Prenant alors pour point de départ le rapport $\frac{A}{B} = \frac{a_o}{b_o} = 1$ nous avons augmenté successivement de 1/10, 2/10, 3/10, etc..., le quantum de A et diminué d'autant celui de B, jusqu'à ce que a_o soit devenu égal au nombre n des sièges; il est souvent nécessaire de procéder par 1/100 et même 1/1000 aux approches de certains rapports dont on verra l'importance. On obtient de la sorte une série de combinaisons pour chacune desquelles on opère la répartition des sièges conformément au SQ et au SQ'.

Nous allons appliquer cette méthode successivement aux élections bi-partites à 2, 3, 4, 5..., jusqu'à 10 sièges.

n = 2 sièges.

Nous inscrivons ci-dessous celles des combinaisons qui répondent aux limites des groupes intéressants :

	I				II		III		
A	1	1,1	. . .	1,333	. . .	1,5	1,6	. . .	2
B	1	0,9	. . .	0,666	. . .	0,5	0,4	. . .	0
				$\frac{A}{B} = 2$		$\frac{A}{B} = 3$			

En opérant comme il a été dit plus haut, on constate que l'échelle des combinaisons se divise en trois groupes : dans les groupes I et III, le S Q et le S Q' donnent des répartitions identiques |1|1| pour I et |2|0| pour III ; mais dans le groupe II, limité par les rapports $\frac{A}{B} = 2$ et $\frac{A}{B} = 3$, la répartition de S Q diffère de celle de S Q'.

Or, si on fait le calcul des erreurs pour les combinaisons de ce groupe moyen, on trouve que la répartition du S Q est très supérieure à celle du S Q'. En conséquence, dans l'élection à 2 sièges, le S Q doit être employé à l'exclusion de S Q'.

n = 3 sièges.

Nous observons aussi dans ce cas l'existence de 3 groupes.

	I			II		III		
A	1,5	1,6	. . .	2,25	. . .	2,5	2,6 . . .	3
B	1,5	1,4	. . .	0,75	. . .	0,5	0,4 . . .	0
				$\frac{A}{B} = 3$		$\frac{A}{B} = 5$		

Les groupes extrêmes jouissent de la même propriété que dans le cas précédent : identité de répartition des sièges, quel que soit le système employé. Dans les combinaisons du groupe intermédiaire II, limité par les rapports inscrits au-dessous, la répartition varie suivant le système qui la fournit, et, comme pour l'élection à 2 sièges, c'est la répartition par le S Q qui comporte l'erreur la plus petite. Donc, même conclusion que ci-dessus.

n = 4 sièges.

Ici nous avons 5 groupes.

	I		II		III		IV		V	
A	2	. . .	2,4	. . .	2,5	. . .	3,2	. . .	3,5	. . . 4
B	2	. . .	1,6	. . .	1,5	. . .	0,8	. . .	0,5	. . . 0

$$\frac{A}{B} = 1,5 \qquad \frac{A}{B} = \frac{5}{3} \qquad \frac{A}{B} = 4 \qquad \frac{A}{B} = 7$$

Dans les groupes I, III, V, la répartition est indépendante du système employé ; elle varie dans les groupes II et IV, selon qu'elle est opérée par S Q ou S Q', mais c'est encore S Q qui donne l'erreur minimum. Conclusion identique aux précédentes.

n = 5 sièges.

Ce cas reproduit les mêmes particularités que le précédent ; avec des valeurs différentes pour les combinaisons limites et donne lieu aux mêmes conclusions.

		I		II		III		IV		V	
A	2,5	. . .	3,33 ◆	. . .	3,5	. . .	4,17 ◆◆	. . .	4,5		5
B	2,5	. . .	1,66	. . .	1,5	. . .	0,80	. . .	0,5		0
				$\frac{A}{B} = 2$		$\frac{A}{B} = \frac{7}{3}$		$\frac{A}{B} = 5$		$\frac{A}{B} = 9$	

Valeurs exactes : ◆ $\frac{20}{6}$; ◆◆ $\frac{25}{6}$

Nous avons poussé la comparaison entre les deux systèmes jusqu'à $n = 10$ et toujours nous avons trouvé des résultats conformes à ceux qui ont été indiqués ci-dessus. Aussi nous bornons-nous à transcrire, sans commentaire nouveau, les limites des groupes à répartition dissemblable pour les valeurs de n comprises entre 6 et 10[1].

Ainsi donc, le système du quotient vrai a triomphé sur toute la ligne dans les élections bi-partites, et il est permis d'affirmer qu'il est le seul qui doive être employé en pareille occurrence, quel que soit le nombre des sièges à répartir.

[1] D'une manière générale, le nombre des groupes est égal à n ou n + 1, suivant que n est impair ou pair, et l'intervalle compris entre les limites d'un groupe de rang pair diminue à mesure que n augmente. — Le moyen le plus simple pour trouver la limite *inférieure* d'un groupe à répartition dissemblable consiste à faire usage de la formule $a_0 = \frac{n}{n+1}(a+1)$ qu'on déduit de l'égalité $\frac{a_0}{b_0} = \frac{a+1}{b}$, conséquence du procédé d'Hondt, et combinée avec les relations évidentes $a_0 + b_0 = a + b = n$, a_0 est la valeur limite cherchée ; b_0 représente la valeur correspondante de l'autre quantum vrai ; a et b sont les quantums approchés existant dans le groupe précédent à répartition identique ; n désigne le nombre des sièges.

n = 6

			II				IV				VI				
A	3	. . .	◆ 3,428	. . .	3,5	. . .	◆◆ 4,286	. . .	4,5	. . .	◆◆◆ 5,14	. . .	5,5	. . .	6
B	3	. . .	2,572	. . .	2,5	. . .	1,714	. . .	1,5	. . .	0,86	. . .	0,5	. . .	0

Valeurs exactes : ◆ $\frac{24}{7}$; ◆◆ $\frac{30}{7}$; ◆◆◆ $\frac{36}{7}$

n = 7

			II				IV				VI				
A	3,5	. . .	4,375	. . .	4,5	. . .	5,25	. . .	5,5	. . .	6,125	. . .	6,5	. . .	7
B	3,5	. . .	2,625	. . .	2,5	. . .	1,75	. . .	1,5	. . .	0,875	. . .	0,5	. . .	0

n = 8

			II				IV				VI				VIII				
A	4	. . .	◆ 4,44	. . .	4,5	. . .	◆◆ 5,33	. . .	5,5	. . .	◆◆◆ 6,22	. . .	6,5	. . .	† 7,11	. . .	7,5	. . .	8
B	4	. . .	3,56	. . .	3,5	. . .	2,67	. . .	2,5	. . .	1,78	. . .	1,5	. . .	0,89	. . .	0,5	. . .	0

Valeurs exactes : ◆ $\frac{40}{9}$; ◆◆ $\frac{48}{9}$; ◆◆◆ $\frac{56}{9}$ † $\frac{64}{9}$

n = 9

			II				IV				VI				VIII				
A	4,5	. . .	5,4	. . .	5,5	. . .	6,3	. . .	6,5	. . .	7,2	. . .	7,5	. . .	8,1	. . .	8,5	. . .	9
B	4,5	. . .	3,6	. . .	3,5	. . .	2,7	. . .	2,5	. . .	1,8	. . .	1,5	. . .	0.9	. . .	0,5	. . .	0

n = 10

			II				IV				VI				VIII				X				
A	5	. . .	◆ 5,45	. . .	5,5	. . .	◆◆ 6,36	. . .	6,5	. . .	◆◆◆ 7,27	. . .	7,5	. . .	† 8,18	. . .	8,5	. . .	†† 9,09	. . .	9,5	. . .	10
B	5	. . .	4,55	. . .	4,5	. . .	3,64	. . .	3,5	. . .	2,73	. . .	2,5	. . .	1,82	. . .	1,5	. . .	0,91	. . .	0,5	. . .	0

Valeurs exactes : ◆ $\frac{60}{11}$; ◆◆ $\frac{70}{11}$ ◆◆◆ $\frac{80}{11}$; † $\frac{90}{11}$; †† $\frac{100}{11}$

2. — ÉLECTION TRI-PARTITE

L'utilisation du système du quotient fictif ne commence à faire son apparition que dans l'élection tri-partite, et encore ne s'y montre-t-elle que dans une proportion fort modeste.

On ne peut guère songer dans ce cas à procéder comme nous l'avons fait pour l'élection bi-partite, c'est-à-dire à chercher les limites des groupes de combinaisons à répartition dissemblable suivant le système employé; car le problème se complique de plus en plus à mesure que le nombre des partis augmente et l'accroissement des combinaisons suit une progression des plus rapides. Il s'agit, en effet, dans l'élection tri-partite, de faire varier, non pas 2, mais 3 quantités a_o, b_o, c_o, de telle sorte que 1° la somme $a_o + b_o + c_o$ reste constante et égale à n; 2° qu'on ait toujours :

$$a_o \geqslant b_o \geqslant c_o$$

Il en résulte que, pour chaque valeur déterminée de l'une des quantités, les deux autres varient en sens inverse l'une de l'autre. De là une subdivision des groupes de combinaisons en sous-groupes qui s'enchevêtrent mutuellement et rendent illusoire toute tentative de déterminer des limites qui sont fonctions de 3 variables. Aussi, nous contenterons-nous de former toutes les combinaisons qu'on peut obtenir en faisant varier seulement le chiffre des dixièmes de chaque quantum; puis, à l'aide du calcul des erreurs relatives, nous chercherons pour chaque combinaison à répartition dissemblable quel est le système qui donne la meilleure solution.

En nous bornant au cas où le nombre des sièges $n = 3$, nous avons obtenu ainsi une série de 75 combinaisons, les unes à répartitions identiques dans les deux systèmes, les autres à répartitions dissemblables; nous ne retiendrons que ces dernières, au nombre de 28, et nous indiquerons par le symbole

SQ′ placé au-dessus de la combinaison celles qui sont justiciables du quotient fictif. Voici les résultats d'un semblable travail :

			SQ′				SQ′			=									
A	1,3	1,3	1,3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,6	1,8	1,9	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1
B	1,1	1,2	1,3	0,9	1,0	1,1	1,2	0,8	0,9	1,0	0,7	0,8	0,6	0,6	0,5	0,6	0,5	0,6	0,7
C	0,6	0,5	0,4	0,7	0,6	0,5	0,4	0,7	0,6	0,5	0,7	0,6	0,6	0,5	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2

SQ′				SQ′			SQ′	
2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4
0,4	0,5	0,6	0,7	0,4	0,5	0,6	0,4	0,5
0,4	0,3	0,2	0,1	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1

Ainsi, sur 28 combinaisons à répartition dissemblable, nous n'en trouvons que 5 pour lesquelles le SQ′ donne une solution meilleure que celle qui serait fournie par le SQ ; c'est peu, on en conviendra ; cela représente un peu plus du 1/6 des combinaisons à répartition dissemblable et seulement le 1/15 du total des combinaisons.

La combinaison surmontée du signe = possède la même somme d'erreurs dans les deux systèmes.

3. — ÉLECTION QUADRI-PARTITE

En opérant de la même manière que dans le cas précédent et pour les mêmes raisons, nous avons obtenu pour n = 4 un total de 472 combinaisons, dont un peu plus de la moitié, soit 246, à répartitions dissemblables. De ces dernières, il en est 48 pour lesquelles le SQ′ fournit une meilleure solution que celle qui est due au SQ ; ce sont les seules que nous ayons inscrites dans le tableau suivant :

A	1,2	1,3	1,3	1,3	1.3	1,4	1,4	1,4	1,4	1,8	1,9	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2
B	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,1	1.2	1,3	1,4	1,4	1,3	1,4	1,1	1,2	1,3	1,3	1,4	1,0	1,1
C	1,2	1,1	1,2	1,0	1,1	1,1	1,0	0,9	0,8	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4
D	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,2	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1	0,4	0,3

2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2;4	2,4	2,4	2,4	2,8	2,9	3,0	3,0
1,2	1,2	1,3	1,3	0,9	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	0,8	0,9	1,0	1,1	0,4	0,4	0,4	0,4
0,3	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4
0,3	0,2	0,2	0,1	0,4	0,3	0,3	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1	0,4	0,3	0,2	0,1	0,4	0,3	0,3	0,2

3,1	3,1	3,1	3,2	3,2	3,2	3,3	3,3	3,3
0,3	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,3	0,3	0,4
0,3	0,3	0,4	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2
0,3	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,2	0,1	0,1

Nous ferons remarquer que dans toutes ces combinaisons justiciables du SQ′, le chiffre des *dixièmes* des quantums est égal ou inférieur à 4; il n'y a d'exception que pour la liste C dans 2 combinaisons, pour la liste B dans 3 et pour la liste A dans 4 combinaisons; cette particularité était à prévoir et la même remarque s'applique à l'élection tri-partite.

Le rapport entre les combinaisons qui exigent l'emploi du SQ′ et la somme des combinaisons à répartition dissemblable est $\frac{48}{246}$ ou presque 1/5, un peu plus grand par conséquent que dans l'élection tri-partite où il dépasse à peine 1/6.

Relativement au nombre total des combinaisons, la proportion de celles qui sont justiciables de SQ′ est de $\frac{48}{472}$, c'est-à-dire le 1/10; le rapport correspondant était de 1/15 dans l'élection tri-partite. On voit qu'en somme l'intervention utile du SQ′ est un peu plus fréquente dans l'élection quadri-partite que dans la tri-partite ; mais le rôle de SQ n'en reste pas moins de beaucoup le plus prépondérant.

Notons, en terminant, l'existence de 13 combinaisons à répartitions dissemblables pour lesquelles l'approximation est exactement la même dans les deux systèmes SQ et SQ′; ces combinaisons sont les suivantes :

A	1,5	1,5	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,0	2,5	2,5	2,5
B	1,0	1,1	1,3	1,5	1,5	1,5	1,5	1,5	1,2	1,3	0,7	0,8	0,9
C	1,0	0,9	0,7	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4	0,5	0,5	0,5
D	0,5	0,5	0,5	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1	0,4	0,3	0,3	0,2	0,1

On remarquera que dans ces combinaisons, sauf 2, il se trouve toujours *deux* quantums ayant un 5 pour chiffre des dixièmes. En pareille occurrence, le choix de la répartition ne me paraît pas pouvoir être déterminé par des considérations d'ordre purement scientifique.

Nous ne poursuivrons pas plus loin cette étude comparative du rôle départi à nos deux systèmes dans les élections pluripartites. Ce que nous en avons appris suffit dès maintenant pour le but que nous nous proposions d'atteindre. En effet, les résultats obtenus constituent une vérification et une preuve *a posteriori* de la valeur de notre critérium pour juger du degré d'approximation d'une répartition : ils montrent que les combinaisons soustraites à la juridiction exclusive du SQ sont de celles où ce système force un reste fractionnaire plus petit que 1/2.

L'emploi éventuel du SQ' entre en action seulement pour corriger le défaut inhérent au SQ ; aussi son utilisation est-elle de fréquence beaucoup moindre.

V. — **Remarque complémentaire. (Cas singuliers.)**

1. — On vient de voir que le SQ' peut être considéré comme le succédané du SQ là où ce dernier manifeste son infériorité. Il ne faudrait pas se hâter d'en conclure que, dans tous les cas, sans exception, où la répartition engendrée par le SQ' est supérieure à celle du SQ, elle est par cela même la meilleure de toutes. En effet, lorsque le SQ', appelé à remplacer le SQ, attribue plus d'un siège complémentaire à une seule et même liste, laquelle est nécessairement la plus forte numériquement, on a à rechercher s'il n'existe pas une répartition encore meilleure que celle-là et toute différente, d'ailleurs, de celle que fournit le SQ. Nous allons en donner un exemple probant.

Dans la colonne intitulé q du tableau suivant, nous avons

inscrit les quantums vrais d'une élection quinquepartite. La somme des parties fractionnaires étant égale à 2 indique qu'il reste deux sièges complémentaires à distribuer pour compléter le total de vingt sièges.

Cela étant, nous avons formé toutes les répartitions qu'on peut obtenir en ajoutant chaque fois un siège à deux listes différentes; il en est résulté les combinaisons inscrites à la suite des quantums vrais et numérotées de I à X; une dernière colonne intitulée SQ′ donne la répartition propre au système du quotient fictif.

	q	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	SQ′
A	12,4	13	13	12	13	12	12	13	12	12	12	14
B	3,4	4	3	4	3	4	3	3	4	3	3	3
C	2,4	2	3	3	2	2	3	2	2	3	2	2
D	1,4	1	1	1	2	2	2	1	1	1	2	1
E	0,4	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
$\mathcal{E}$	=	1,677	1,702	1,744	1,761	1,804	1,828	2,118	2,161	2,186	2,245	1,709

Sur la dernière ligne, au bas de chaque combinaison se trouve l'erreur correspondante.

On remarquera que cette erreur va en augmentant, depuis la combinaison I, où elle est minimum, jusqu'à la combinaison X qui représente la répartition du SQ. Quant à l'erreur de la répartition du SQ′, elle est plus grande que celle de la combinaison I et même que celle de la combinaison II. Il n'y donc pas de doute à avoir : *la combinaison I représente, dans les conditions données, la meilleure de toutes les répartitions possibles*; la répartition de SQ′ ne vient qu'en troisième ligne et celle de SQ est la plus mauvaise. En adoptant la combinaison I, on corrige la tendance défectueuse du SQ′ à avantager à l'excès les grosses majorités.

Nous avons choisi l'exemple d'un cas à restes égaux, cas de pure curiosité théorique, d'une part, afin de montrer, une fois de plus, que ce genre de problème n'est pas pour nous embar-

rasser, d'autre part, dans le but d'accentuer davantage la différence des erreurs; nous aurions obtenu un résultat semblable en ôtant 0,01 aux quantums des listes B et C pour les donner aux quantums de D et E, auquel cas la répartition par SQ eût été sans conteste possible celle de la combinaison X. Les erreurs, dans ces nouvelles conditions, sont 1.681 pour la combinaison I et 1,698 pour la répartition de SQ′ : différence 0,017. La différence correspondante pour le cas des restes égaux est : $1.709 - 1.677 = 0,032$.

On a vu de quelle manière nous sommes parvenu à découvrir la répartition la meilleure dans l'exemple considéré ci-dessus.

Est-ce à dire pour autant qu'en pratique il faille, pour résoudre le problème, procéder à ces nombreux calculs d'erreurs sur une série de dix combinaisons différentes? Nullement : nous allons montrer qu'on peut obtenir le résultat cherché en combinant les procédés opératoires de SQ′ avec ceux du SQ.

Nous savons que le SQ′, opérant seul, attribuerait les deux siéges complémentaires à la liste A ; or, semblable libéralité n'étant pas admissible, comme l'a prouvé le calcul des erreurs, nous nous contenterons de donner un de ces sièges à ladite liste, c'est-à-dire à remplacer son quantum vrai 12,4 par le quantum fictif $13 = 12,4 \times \frac{130}{124}$. Procédant conformément aux principes du SQ′, nous allons majorer les autres quantums suivant la même proportion en multipliant par le rapport $\frac{130}{124}$[1] ; nous obtenons ainsi les quantums fictifs inscrits sous la rubrique q″.

[1] Le rapport $\frac{130}{124}$, dont l'origine saute aux yeux, est le plus petit de ceux qu'on peut employer dans notre cas ; il correspond à la valeur maximum du

	q			q''	
A	$12,4 \times \dfrac{130}{124}$	$=$	13	13
B	$3,4 \times \dfrac{130}{124}$	$=$	3,56	4
C	$2,4 \times \dfrac{130}{124}$	$=$	2,51	2
D	$1,4 \times \dfrac{130}{124}$	$=$	1,46	1
E	$0,4 \times \dfrac{130}{124}$	$=$	0,42	0

Cela fait, nous n'avons plus à notre disposition qu'un siège complémentaire : appliquant alors le principe du SQ, nous l'accordons à la liste dont le nouveau quantum possède le plus grand reste décimal, savoir la liste B, dont le quantum est 3,56. La distribution est ainsi terminée, grâce à l'emploi combiné et successif de nos deux systèmes, et la répartition résultante, inscrite dans la dernière colonne, est identique à la combinaison I, reconnue la meilleure.

J'estime utile de faire remarquer que, si le SQ' avait dû

quotient fictif utilisable dans l'espèce, laquelle est les 124/130 de celle du quotient vrai. Nous aurions pu tout aussi bien nous servir d'ün rapport plus élevé, tel que $\frac{136}{124}$; nous eussions alors obtenu les quantums fictifs 13,6 ; 3,726 ; 2,63 ; 1,54 ; 0,44 dont les différences mutuelles sont plus accentuées que celles des nombres que nous a donnés le rapport $\frac{130}{124}$; mais, c'est toujours la fraction du quantum de la deuxième liste B qui serait à forcer, ce qui ne changerait rien au résultat final. Il suffit, pour aboutir à la bonne solution de laisser la valeur de ce rapport au-dessous de $\frac{14,0}{12,4}$, ainsi qu'il est facile de le comprendre.

Une remarque analogue s'applique au second exemple que nous donnons plus loin et où le rapport employé pour majorer les quotients vrais peut être compris entre $\frac{6,00}{5,79}$ et $\frac{7,00}{5,79}$ sans toutefois atteindre cette dernière limite.

opérer la répartition totale à lui tout seul, on eût été obligé, pour obtenir les quantums fictifs, de multiplier les quantums vrais par le rapport $\frac{140}{124}$, puisque la liste A devait avoir 14 sièges. Comme on ne lui demandait qu'une répartition partielle, on a fait usage d'un rapport plus petit, ce qui a donné des quantums fictifs plus petits ; cela équivalait à employer un quotient fictif *mitigé* Q'', c'est-à-dire plus petit que le quotient vrai Q, mais plus grand que le quotient fictif pur ou réglementaire Q'; voilà pourquoi nous avons représenté par q'' nos quantums fictifs pour les distinguer des réglementaires q' non utilisables dans l'espèce.

Le cas que nous venons d'étudier nous semble assez intéressant pour justifier la production d'un second exemple tout autant, sinon encore plus probant. Nous le donnons ici sans reproduire les explications déjà développées.

	q	I	II	III	IV	V	VI	SQ′	q″
A	5,79	6	6	5	6	5	5	7	6
B	2,40	3	2	3	2	3	2	2	2,486
C	1,40	1	2	2	1	1	2	1	1,440
D	0,41	0	0	0	1	1	1	0	0,414
$\mathcal{E}$	=	1,572	1,632	1,815	1,926	2,110	2,170	1,661	

On voit que la combinaison I est de nouveau la meilleure, comme ayant l'erreur minimum 1,572, et que la répartition de SQ′ ne vient qu'en troisième ligne. La différence entre les erreurs de ces deux répartitions est de 0,089.

La combinaison IV représente la répartition due à SQ, avec une erreur de 1,926.

Pour trouver d'emblée la combinaison I, reconnue la meilleure de toutes, il suffit de multiplier les quantums vrais par le

rapport $\frac{9,00}{5,79}$, ce qui donne les quantums fictifs inscrits à la suite du tableau, sous la rubrique q″. Nous forçons ensuite la fraction décimale la plus grande, celle de la liste B, et nous avons dès lors une répartition identique à la combinaison I.

2. — La contre-partie du cas singulier que nous venons d'étudier se rencontre pareillement dans certaines circonstances ; autrement dit, il peut arriver que la répartition donnée par SQ, tout en étant reconnue supérieure à celle de SQ′, ne soit pas la combinaison la meilleure.

Prenons, par exemple, le cas d'une élection tri-partite à six sièges, ayant pour quantums vrais les nombres inscrits dans la colonne q :

	q	I	II	III	SQ′
A	4,7	4	5	5	6
A	0,7	1	1	0	0
C	0,6	1	0	1	0
$\mathcal{E}$	=	1,244	1,492	1,730	2,275

On a, comme on le voit, deux sièges complémentaires à distribuer ; en en donnant un chaque fois à deux listes différentes, on forme les combinaisons numérotées I, II, III. Nous avons ajouté à la suite la répartition du SQ′. Au-dessous de chaque colonne est inscrite l'erreur $\mathcal{E}$ de la combinaison correspondante.

On voit que la combinaison I possède l'erreur minimum et qu'en conséquence elle doit être préférée à la combinaison II qui représente la répartition due au SQ.

Voici, comme second exemple, le cas d'une élection quadripartite à vingt sièges ; deux restent à distribuer et il en résulte six combinaisons différentes numérotées de I à VI.

	q	I	II	III	IV	V	VI	SQ′
A	13,7	13	14	14	13	13	14	15
B	3,6	4	3	4	3	4	3	3
C	2,15	2	2	2	3	3	3	2
D	0,55	1	1	0	1	0	0	0
$\mathcal{E}$	=	1,050	1,076	1,203	1,431	1,557	1,583	1,329

La combinaison I, ayant l'erreur minimum, est la meilleure ; la combinaison III, qui représente la répartition par SQ, ne vient qu'en troisième ligne.

Il est facile de montrer que la formation de la meilleure répartition peut être obtenue par l'emploi combiné des procédés du SQ et du SQ′.

Toutefois ici, il faut, pour appliquer le SQ′, recourir à un quotient fictif, non pas mitigé, mais au contraire *renforcé*, c'est-à-dire plus grand que le quotient vrai lui-même. Ainsi, dans le dernier exemple, celui de l'élection quadri-partite, nous multiplierons les quantums vrais par un rapport plus petit que l'unité, à savoir $\frac{13}{13,7} = \frac{130}{137} = 0,949$, et nous aurons de la sorte les quantums fictifs q″:

	q			q″		q‴
A	13,7	× 0,949	=	13	+ 0,59 =	13,59
B	3,6	× 0,949	=	3,41	+ 0,59 =	4,00
C	2,15	× 0,949	=	2,04	+ 0,59 =	2,63
D	0,55	× 0,949	=	0,52	+ 0,59 =	1,11

Nous n'avons plus qu'à ajouter à chacun des quantums q″ une même fraction 0,59 choisie de manière à forcer les deux restes décimaux les plus grands, ceux des listes B et D ; nous obtenons ainsi les quantums q‴, dont les parties entières reproduisent exactement la combinaison I.

3. — Enfin, il peut même se présenter des cas où les systèmes SQ et SQ′, opérant chacun isolément, fournissent la même répartition et où néanmoins il existe une autre combinaison encore meilleure. En voici un exemple :

	q	I	II	III	IV	V	VI
A	12,7	12	13	13	12	12	13
B	4,7	5	4	5	4	5	4
C	2,0	2	2	2	3	3	3
D	0,6	1	1	0	1	0	0
$\mathcal{E}$	=	0,785	0,839	1,087	1,370	1,619	1,672

La combinaison I, avec son erreur minimum de 0,785, est évidemment la meilleure de toutes ; la répartition commune à SQ et SQ′, représentée par la combinaison III, ne vient qu'en troisième ligne.

On ramènera, comme dans le cas précédent, la formation de la combinaison I à une action combinée du SQ avec un SQ′ à quotient *renforcé*, de telle sorte que les deux systèmes se partagent la répartition totale. On multipliera, en conséquence, tous les quantums vrais q par le rapport $\frac{120}{127} = 0{,}945$, ce qui donnera les quantums fictifs q″ :

	q				q″				q‴
A	12,7	×	0,945	=	12,00	+	0,56	=	12,56
B	4,7	×	0,945	=	4,44	+	0,56	=	5,00
C	2,0	×	0,945	=	1,89	+	0,56	=	2,45
D	0,6	×	0,945	=	0,56	+	0,56	=	1,12

Nous avons alors à récupérer trois unités, ce que nous obtiendrons en forçant les trois restes fractionnaires des listes B, C, D, c'est-à-dire en ajoutant à chaque quantum fictif q″ la fraction 0,56 ; il en résulte les nombres inscrits dans la

colonne q‴. On voit que la somme des parties entières des quantums q‴ est égale à 20 et que la combinaison 12, 5, 2, 1 est ainsi reproduite par lesdites parties entières.

4. — Existe-t-il des signes qui permettent de reconnaître *d'avance* quand la répartition fournie par l'emploi exclusif de SQ ou de SQ′, suivant les cas, n'est pas la meilleure de toutes ? Cela nous paraît fort probable. Toutefois, les essais que nous avons tentés dans cette voie ne sont, nous semble-t-il, ni assez nombreux, ni assez variés pour nous autoriser à formuler, à cet égard, des règles absolument certaines, et c'est sous bénéfice des plus expresses réserves que nous allons indiquer les signes suivants :

1° Lorsque la répartition par l'un ou l'autre système ne dispose que d'*un* seul siège complémentaire, il n'y a pas lieu de rechercher une combinaison meilleure que celle qui a été trouvée directement ;

2° Lorsque le nombre des sièges complémentaires dépasse l'unité et que le SQ′ en attribue plus de 1 à une seule et même liste (liste A), ou que le SQ a eu à forcer le quantum vrai de cette même liste, on devra recourir à l'emploi combiné du SQ avec un SQ′ à quotient *mitigé* dans le premier cas, *renforcé* dans le second : on obtiendra de la sorte une nouvelle combinaison, et le calcul des erreurs tranchera définitivement la question de savoir si elle est meilleure que les répartitions fournies par l'emploi exclusif du SQ ou du SQ′ ordinaire.

VI. — Représentation mécanique de la répartition des sièges par les systèmes SQ et SQ′

Je prends l'exemple suivant :

	SQ	q	SQ′
A	5	5,2	6
B	2	2,5	3
C	2	1,6	1
D	1	0,7	0

La colonne intitulée q renferme les quantums vrais des 4 listes A, B, C, D; dans les colonnes SQ et SQ′ sont inscrits les quantums approchés fournis par les deux systèmes correspondants.

Construisons ce que j'ai appelé la *ligne de proportionnalité*. Dans ce but, procédons comme nous l'avons fait pour démontrer, à l'aide de la Méthode graphique, la non-proportionnalité des répartitions (voir chap. II, 1). Portons sur l'axe des abscisses OA (fig. 5), à partir de l'origine des coordonnées O, des longueurs proportionnelles aux forces numériques des listes ou, ce qui revient au même, à leurs quantums vrais; aux points ainsi déterminés A, B, C, D, élevons des perpendiculaires ou ordonnées. Prenons sur l'ordonnée de A une longueur Aa_0 égale au quantum vrai correspondant 5,2 ; joignons le point a_0 à l'origine des coordonnées et nous avons la ligne de proportionnalité Oa_0 qui coupe les différentes ordonnées en des points a_0, b_0, c_0, d_0, dont les distances à l'axe des abscisses mesurent les quantums vrais des listes considérées.

Sur chaque ordonnée, à partir de son pied, sont inscrites les divisions 1, 2, 3..., qui indiquent le nombre d'unités entières contenues dans la longueur de la droite, c'est-à-dire le nombre de sièges représenté par la partie entière du quantum vrai.

On voit immédiatement sur la figure que le nombre des unités situées au-dessous de la ligne de proportionnalité s'élève à 8, savoir 5 pour l'ordonnée Aa_0, 2 pour Bb_0 et 1 pour Cc_0. Or, la somme des quantums vrais étant égale à 10, cela indique qu'il y a en tout 10 sièges à répartir ; 8 étant déjà distribués, il en reste 2 à caser.

Nous allons montrer de quelle manière la ligne de proportionnalité peut opérer *mécaniquement* la distribution des deux sièges complémentaires dans les systèmes SQ et SQ'.

1° **Répartition par le SQ.** — Déplaçons vers le haut la ligne de proportionnalité parallèlement à elle-même jusqu'à ce qu'elle ait atteint ou dépassé 2 nouvelles unités; ce résultat sera atteint lorsque ladite ligne occupera la position $O_1 a_1$: elle passera alors par la division 2 de l'ordonnée Cc_0 et laissera au-dessous d'elle la division 1 de l'ordonnée Dd_0. Ces deux dernières ordonnées, c'est-à-dire les listes C et D, auront ainsi obtenu chacune un accroissement de 1, ce qui portera à 10 le nombre total des sièges répartis.

Le déplacement opéré a été de 0,4 dans le sens vertical; il a donc ajouté 0,4 à chacun des quantums vrais, ce qui donne les valeurs suivantes :

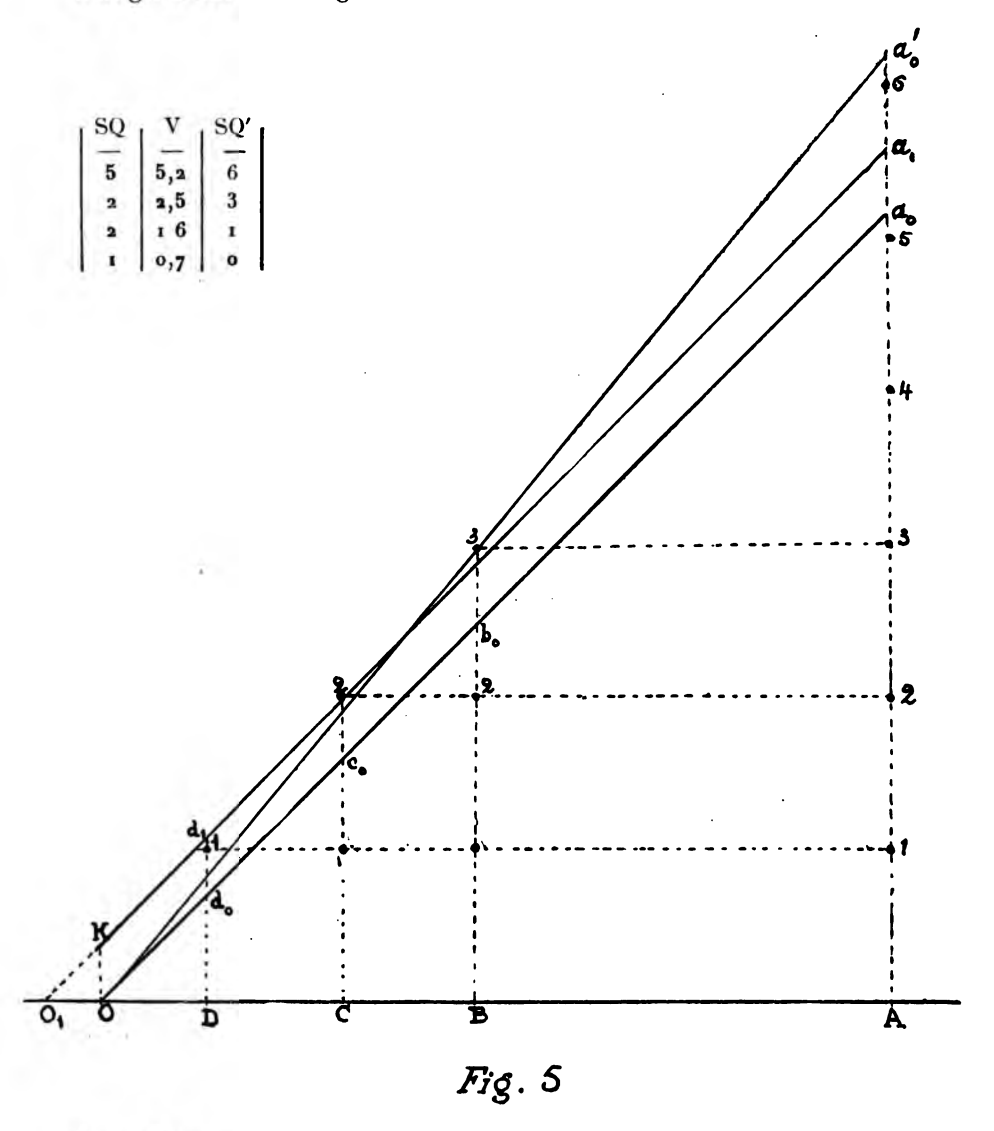
$$5{,}2+0{,}4=5{,}6$$
$$2{,}5+0{,}4=2{,}9$$
$$1{,}6+0{,}4=2{,}0$$
$$0{,}7+0{,}4=1{,}1$$

Nous avons donc bien pour la somme des parties entières, un total de 10.

Le résultat est le même que si nous avions *forcé* les restes décimaux les plus grands, ceux des listes C et D.

2° **Répartition par le SQ'.** — Dans ce cas, au lieu de déplacer la ligne de proportionnalité parallèlement à elle-même,

faisons-la tourner autour du point O comme centre, de manière à augmenter son angle d'inclinaison sur l'axe des abscisses, et



SQ	V	SQ'
5	5,2	6
2	2,5	3
2	1 6	1
1	0,7	0

Fig. 5

jusqu'à ce qu'elle ait aussi atteint ou dépassé 2 nouvelles unités. C'est ce que nous obtiendrons en lui donnant la position Oa'_0 : la ligne de proportionnalité passe alors par la division 3 de l'ordonnée Bb_0 et coupe l'ordonnée de la liste A en a'_0, au-

dessus de la division 6. Nous avons ainsi ajouté 1 unité à chacun des quantums approchés des listes A et B, ce qui fournit une répartition conforme à celle que procure le SQ'.

Il est facile de démontrer que l'opération sus-décrite est une conséquence nécessaire du principe qui sert de base au SQ', à savoir l'emploi d'un quotient fictif Q' plus petit que le quotient vrai Q. Il ressort des notions exposées dans le chapitre I qu'on peut écrire :

$$B = b_o Q = b'_o Q'$$

d'où :

$$\frac{b'_o}{b_o} = \frac{Q}{Q'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

D'autre part, sur la figure 5, on voit que :

$$b_o = OB \operatorname{tg.} \theta \qquad \text{et} \qquad b'_o = OB \operatorname{tg.} \theta' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

en appelant θ l'angle a_o OA que la ligne de proportionnalité dans sa position initiale fait avec l'axe OA et θ' l'angle a'_o OA de cette même ligne dans la position où elle passe par la division 3 de Bb_o. Des relations (2)

on tire :

$$\frac{b'_o}{b_o} = \frac{\operatorname{tg.} \theta'}{\operatorname{tg.} \theta} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

De la comparaison de (1) et (3), on déduit :

$$\frac{\operatorname{tg.} \theta'}{\operatorname{tg.} \theta} = \frac{Q}{Q'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Nous voyons maintenant que, si Q' est plus petit que Q, tg. θ' doit être plus grand que tg. θ et d'autant plus grand que Q' sera plus petit; dès l'instant qu'on a : tg. $\theta' >$ tg. θ, on doit aussi avoir $\theta' > \theta$.

Nous pouvons même calculer l'angle $(\theta' - \theta)$ dont il nous a fallu faire tourner la ligne de proportionnalité pour l'amener dans la position Oa'_o. Nous savons, en effet, que $b_o = 2{,}5$ et $b'_o = 3$; la relation (3) nous donne donc :

$$\operatorname{tg.} \theta' = \operatorname{tg.} \theta \frac{b'_o}{b_o} = \operatorname{tg.} \theta \frac{3}{2{,}5} = \operatorname{tg.} \theta \times 1{,}2.$$

Or, θ étant égal à 45° par construction, tg. $\theta = 1$, de sorte que :

$$\text{tg.}\,\theta' = 1{,}2$$

valeur qui correspond à un angle $\theta = 50°$, si on néglige environ 11′.

Par conséquent, l'angle dont nous avons dû faire tourner la ligne de proportionnalité est de (50° — 45°) ou 5°.

Si on désire connaître les valeurs des quantums *fictifs*, on n'à qu'à multiplier par le rapport $\frac{b'_o}{b_o} = 1{,}2$, les quantums vrais correspondants; on obtient de cette manière les nombres :

$$a'_o = 5{,}2 \times 1{,}2 = 6{,}24$$
$$b'_o = 2{,}5 \times 1{,}2 = 3{,}00$$
$$c'_o = 1{,}6 \times 1{,}2 = 1{,}92$$
$$d'_o = 0{,}7 \times 1{,}2 = 0{,}84$$

dont la somme des entiers est égale à 10.

Quant au quotient fictif à employer dans notre exemple, il a pour valeur :

$$Q' = \frac{Q}{1{,}2} = \frac{5}{6}Q.$$

La représentation mécanique de la répartition des sièges que nous venons d'exposer nous paraît mettre en pleine lumière la genèse de cette opération électorale et le mode différent suivant lequel les deux systèmes SQ et SQ′ procèdent pour parvenir à leur but.

On y constate la tendance du SQ à favoriser les listes numériquement faibles et la tendance contraire du SQ′ à avantager les fortes majorités. On y voit aussi la possibilité pour le SQ′ d'attribuer plusieurs sièges complémentaires à une seule liste, la plus forte, tandis que le SQ ne peut jamais donner qu'un seul siège à une même liste.

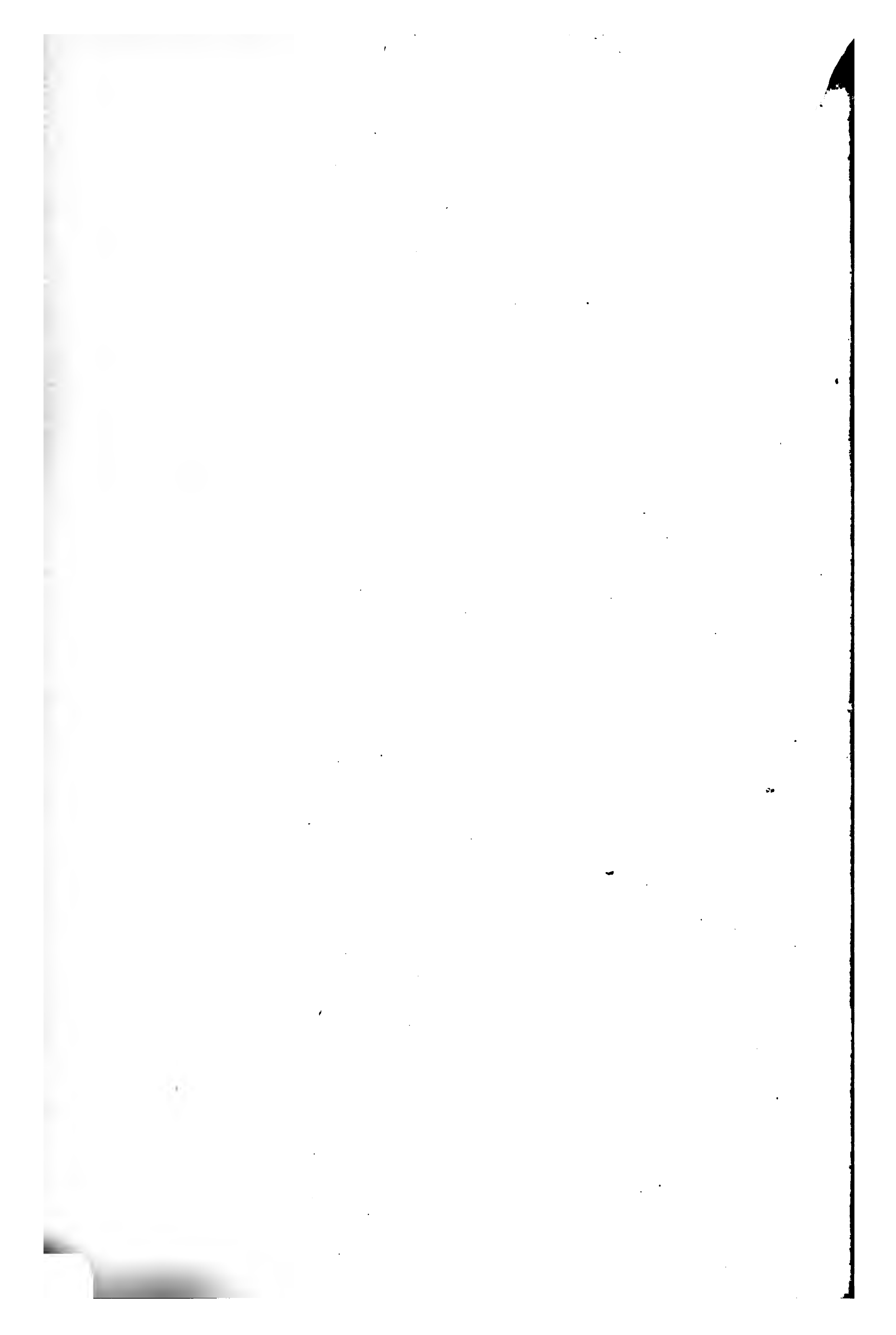
Notre mode de représentation mécanique s'adapte parfaitement aussi aux cas *singuliers* étudiés précédemment (Cf. § V

du présent chapitre). Il suffit, en effet, dans le premier exemple, celui du SQ′ à quotient *mitigé*, de commencer par faire tourner la ligne de proportionnalité autour du point O jusqu'à ce qu'elle passe exactement par la division 13 de l'ordonnée Aa_0, puis de la déplacer parallèlement à sa nouvelle position jusqu'à ce qu'elle rencontre la division 4 de l'ordonnée Bb_0. Le problème se trouve alors résolu conformément à la théorie. Il va de soi qu'au préalable on aura placé la ligne de proportionnalité de manière qu'elle aboutisse à la division 12,4 de l'ordonnée de A, cette dernière étant élevée à la même distance 12,4 de l'origine O.

On procéderait d'une manière analogue dans les cas où SQ′ doit opérer à quotient *renforcé ;* la seule différence consisterait à faire tourner la ligne de proportionnalité en sens inverse, de façon à diminuer son angle d'inclinaison sur l'axe des abscisses.

Rem. 1. — Il y a manifestement une relation entre le degré d'approximation de la répartition et la surface décrite par la ligne de proportionnalité pour obtenir cette répartition, la dite surface étant limitée par les deux ordonnées extrêmes et par les positions initiale et terminale de la ligne mobile. — On peut même supposer *qu'à la combinaison la plus approchée correspond la surface la plus petite ;* mais, pour l'instant, cette hypothèse reste encore à démontrer.

Rem. 2. — De notre théorie de la représentation mécanique des répartitions à la construction d'une machine opérant automatiquement, il n'y a qu'un pas aisé à franchir ; malheureusement, une semblable machine, quelque perfectionnée qu'elle fût, ne donnerait jamais des résultats comparables pour la précision à ceux du calcul.



CHAPITRE IV

A. — CONCLUSIONS

I. — La représentation mathématiquement proportionnelle est impossible à réaliser en pratique, à cause de l'indivisibilité des sièges à répartir.

II. — Le système des quotients *fictifs*, pas plus que celui du quotient *vrai*, ne fournit une répartition rigoureusement proportionnelle ; l'un et l'autre ne donnent qu'une solution plus ou moins approchée.

III. — Le calcul des *erreurs relatives* constitue un précieux moyen de mesurer le degré de l'approximation et de choisir, en connaissance de cause, la répartition la moins défectueuse.

IV. — Grâce à l'emploi de ce critérium infaillible, on reconnaît que, suivant les forces respectives des partis en présence, c'est tantôt le système du quotient vrai SQ, tantôt celui du système du quotient fictif, S Q′, qui procure la solution la plus approchée, le cas des élections *bi-partites* étant mis à part.

Il arrive même, dans quelques cas exceptionnels, qu'on obtient une répartition encore meilleure en combinant l'action du SQ avee celle d'un SQ′ à quotient fictif *mitigé* ou *renforcé*.

V. — La nécessité s'impose donc d'employer alternativement l'un ou l'autre système, et au besoin, les deux, conjointement, c'est-à-dire d'avoir recours à ce que j'appellerai le système *mixte* S M.

B. — MARCHE A SUIVRE DANS L'EMPLOI DU SYSTÈME MIXTE S M

Des conclusions précédentes découle la conduite à tenir toutes les fois qu'on voudra appliquer à une élection le principe de la Représentation proportionnelle. On devra procéder de la manière suivante :

1° Calculer le quotient électoral vrai Q, au moyen de la formule $Q = \frac{N}{n}$, N étant le nombre total des suffrages exprimés et n désignant le nombre des sièges à répartir ;

2° Diviser par ce quotient Q, l'un après l'autre, les nombres de voix réunies par chaque liste, ce qui donne leurs *quantums vrais* respectifs, base de toute répartition proportionnelle ;

3° Effectuer la répartition des sièges complémentaires, successivement par le SQ et le S Q', en s'aidant pour ce dernier de mon procédé ultra-abrégé.

Dans l'élection *bi-partite*, on s'en tiendra à la répartition par le SQ, la seule bonne en pareille circonstance.

4° Dans certaines conditions déterminées, il y aura lieu de rechercher une troisième combinaison, qu'on obtiendra par l'action combinée du SQ avec un SQ' à quotient fictif *mitigé* ou *renforcé* suivant les cas ;

5° Recourir au calcul des *erreurs relatives* pour reconnaître et adopter celle des répartitions qui, étant la moins erronée, se rapproche le plus de la proportionnalité rigoureusement exacte.

Puisse le présent travail aider à l'expansion de la Représentation proportionnelle ! Puisse-t-il aussi contribuer à réconci-

lier entre eux les défenseurs acharnés de S Q et les partisans enthousiastes de S Q′, en montrant aux uns et aux autres que chacun de ces systèmes a ses qualités propres et qu'en les employant concurremment, on parvient à neutraliser leurs défauts respectifs !

Tel est le vœu bien sincère que je forme en terminant.

Lyon, le 13 avril 1906.

TABLE DES MATIÈRES

AVANT-PROPOS 1

CHAPITRE PREMIER. — Principes de la répartition proportionnelle . 3
I. — Système du quotient vrai (S Q) 5
II. — Système du quotient fictif (S Q′). 7
1° Majoration des quantums par un quotient fictif. . . . 7
2° Choix du quotient fictif. 9
3° Procédé d'Hont 10
4° Procédé abrégé de l'auteur 13

CHAPITRE II. — Mesure du degré d'approximation de la répartition des sièges dans une représentation dite proportionnelle.
1° Non-proportionnalité des répartitions 17
2° Calcul de l'approximation par les erreurs relatives . . . 19
3° Démonstration du mode de calcul de l'erreur totale. . . 21

CHAPITRE III. — Valeur comparée de la répartition des sièges dans les systèmes du quotient vrai et du quotient fictif.
I. — Application du calcul des erreurs aux systèmes S Q et S Q′. 23
II. — Critique du système du quotient vrai 25
III. — Critique du système du quotient fictif 29
IV. — Recherche méthodique du degré d'utilisation de S Q et S Q′ dans les Elections pluri-partites. 35
1° Election bi-partite 35
2° Election tri-partite 40
3° Election quadri-partite 41
V. — Remarque complémentaire (Cas singuliers) 43
VI. — Représentation *mécanique* de la répartition des sièges par les systèmes S Q et S Q′ 52

CHAPITRE IV. 59
I. — Conclusions. 59
II. — Marche à suivre pour l'emploi du système mixte S M dans une Election pluri-partite 60

Lyon. — Imprimerie A. REY, 4, rue Gentil. — 42574

Librairie A. FONTEMOING, 4, rue Le Goff.

Onomasticon Taciteum, par Ph. Fabia, professeur de Philologie classique à la Faculté des Lettres de l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 4)* . **15** fr.

L'« Agamemnon » d'Eschyle, texte, traduction et commentaires, par Paul Regnaud, professeur à l'Université deLyon. (II, *Fasc. 6)* . . . **6** fr.

Notes critiques sur quelques Traductions allemandes de poèmes français au moyen âge, par J. Firmery, professeur de Littérature étrangère à l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 8)* . . . . **5** fr.

Au musée de l'Acropole d'Athènes. — *Études sur la sculpture en Attique avant la ruine de l'Acropole lors de l'invasion de Xerxès*, par Henri Lechat, ancien membre de l'Ecole d'Athènes, chargé de cours à l'Université de Lyon, avec 47 figures dans le texte et 3 planches hors texte (II, *Fasc. 10)* . . . . **8** fr.

Cultes militaires de Rome. Les Enseignes, par Ch. Renel, professeur adjoint à la Faculté des Lettres de Lyon, avec 61 gravures dans le texte. (II, *Fasc. 12)* . . . . **7** fr. **50**

Sophocle. — Étude sur les ressorts dramatiques de son théâtre et la composition de ses tragédies, par F. Allègre, professeur à l'Université de Lyon. (II, *Fasc. 15)*. . . . . **8** fr.

Librairie Ernest LEROUX, 28, rue Bonaparte.

Phonétique historique et comparée du sanscrit et du zend, par P. Regnaud, professeur à la Faculté des Lettres. *(Fasc. 19)* . . . . **5** fr.

L'évolution d'un Mythe. Açvins et Dioscures, par Charles Renel, maître de conférences à la Faculté des Lettres de Besançon. *(Fasc. 24)* . . **6** fr.

Études védiques et post-védiques, par Paul Regnaud, professeur de sanscrit et de grammaire comparée à l'Université de Lyon. *(Fasc. 38)*. . **7** fr. **50**

Bhāratiya-Nātya-Çāstram, Traité de Bharata sur le théâtre, texte sanscrit, avec les variantes tirées de quatre manuscrits, une table analytique et des notes par Joanny Grosset, ancien boursier d'études près la Faculté des Lettres. *(Fasc. 40)*. **15** fr.

Recherches sur l'Origine de l'Idée de Dieu, d'après le Rig-Véda, par A. Guérinot, docteur ès lettres. (II, *Fasc. 3)* . . . . **7** fr. **50**

Librairie GAUTHIER-VILLARS, 55, quai des Grands-Augustins.

Sur la théorie des équations différentielles du premier ordre et du premier degré, par Léon Autonne, ingénieur des Ponts et Chaussées, chargé de cours à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 6)* **9** fr.

Recherches sur l'équation personnelle dans les observations astronomiques de passages, par F. Gonnessiat, aide-Astronome à l'Observatoire, chargé d'un Cours complémentaire à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 7)* . . . . **5** fr.

Recherches sur quelques dérivés surchlorés du phénol et du benzène, par Etienne Barral, prof. agrégé à la Faculté de médecine. *(Fasc. 17)* **5** fr.

Sur la représentation des courbes gauches algébriques, par L. Autonne, ingénieur des Ponts et Chaussées, maître de conférences à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 20)* . . . . . . **3** fr.

Sur le résidu électrique des condensateurs, par L. Houllevigue, maître de confér. à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 32)* . . . . . . **3** fr.

Synthèse d'aldéhydes et d'acétones dans la série du naphtalène au moyen du chlorure d'aluminium, par L. Rousset, docteur ès sciences, chef des trav. de chimie génér. à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 30)* . . . . **3** fr.

Recherches expérimentales sur quelques actinomètres électro-chimiques, par H. Rigollot, docteur ès sciences, chef des travaux de physique à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 29)*. . . **5** fr

De la constitution des alcaloïdes végétaux, par X. Causse, docteur ès sciences, chef des Travaux de Chimie organique à la Faculté de Médecine de l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 2)* . . **3** fr.

Etude sur les occultations d'amas d'étoiles par la lune, avec un catalogue normal des pléiades, par Joanny Lagrula, docteur ès sciences, préparateur d'astronomie à la Faculté des Sciences de Lyon. (I, *Fasc. 5)* . . . . **5** fr.

Sur les combinaisons organomagnésiennes mixtes et leur application à des synthèses d'acides, d'alcools et d'hydrocarbures, par Victor Grignard, docteur ès sciences. (I, *Fasc. 6)* . . **3** fr. **50**

Sur la décomposition d'une substitution linéaire, réelle et orthogonale en un produit d'inversions, par Léon Autonne, ingénieur des Ponts et Chaussées, maître de conférences de mathématiques à l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 12)* . . . . . . **6** fr.

Quelques considérations sur les groupes d'ordre fini et les groupes finis continus, par Le Vavasseur, maître de conférences de mathématiques à la Faculté des Sciences de l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 15)* . . . . **5** fr.

Sur les Formes mixtes, par Léon Autonne, Ingénieur des Ponts et chaussées, Maître de Conférences de Mathématiques à la Faculté des Sciences de l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 16)*. . **8** fr.

Recherches expérimentales sur les contacts liquides, par A.-M. Chanoz, docteur ès sciences physiques, docteur en médecine, ex-préparateur de Physique à la Faculté des Sciences de Lyon, chef des Travaux de Physique à la Faculté de Médecine et de Pharmacie de Lyon (I. *Fasc. 18)*. . . . **5** fr.

Librairie J.-B. BAILLIÈRE et Fils, 19, rue Hautefeuille.

Recherches anatomiques et expérimentales sur la métamorphose des Amphibiens anoures, par E. Bataillon, professeur à la Faculté des Sciences de l'Université de Dijon, avec 6 pl. hors texte. *(Fasc. 2)* . . . . **4** fr.

Anatomie et Physiologie comparées de la Pholade dactyle. Structure, locomotion, tact, olfaction, gustation, action dermatoptique, photogénie, avec une théorie générale des sensations, par le Dr Raphaël Dubois, professeur à la Faculté des Sciences, 68 fig. dans le texte et 15 pl. hors texte. *(Fasc. 3)* . . . . **18** fr.

Sur le pneumogastrique des oiseaux, par E. Couvreur, docteur ès sciences, chef des travaux de physiologie à la Faculté des Sciences, avec 3 pl. hors texte et 40 fig. dans le texte *(Fasc. 4)*. **4** fr.

Recherches sur la valeur morphologique des appendices superstaminaux de la fleur des Aristoloches, par Mlle A. Mayoux, élève de la Faculté des Sciences, avec 3 pl. hors texte. *(Fasc. 5)*. **4** fr.

Fraisse

Librairie J.-B. BAILLIÈRE et Fils, 19, rue Hautefeuille.

(Suite)

Etude stratigraphique sur le Jurassique inférieur du Jura méridional, par Attale RICHE, docteur ès sciences, chef des travaux de géologie, 2 pl. hors texte. *(Fasc. 10)*. . . . . **12 fr.**

Etude expérimentale sur les propriétés attribuées à la tuberculine de M. Koch, faite au laboratoire de médecine expérimentale et comparée de la Faculté de Médecine, par M. le professeur ARLOING, M. le Dr RODET, agrégé, et M. le Dr COURMONT, agrégé, avec 4 planches en couleurs. *(Fasc. 11)* . . . . **10 fr.**

Histologie comparée des Ebénacées dans ses rapports avec la Morphologie et l'histoire généalogique de ces plantes, par Paul PARMENTIER, professeur de l'Université, avec 4 planches hors texte. *(Fasc. 12)* . . . . **4 fr.**

Recherches sur la production et la localisation du Tanin chez les fruits comestibles fournis par la famille des Pomacées, par Mlle A. MAYOUX, élève de la Faculté des Sciences, 2 planches hors texte. *(Fasc. 13)* . . . . **3 fr.**

Etude sur le Bilharzia hæmatobia et la Bilharziose, par M. LORTET, doyen de la Faculté de médecine et M. VIALLETON, professeur à la Faculté de médecine de l'Université de Montpellier, 8 planches hors texte et 8 figures dans le texte. *(Fasc. 16)* . . . . **10 fr.**

Monographie de la Faune lacustre de l'Eocène moyen, par Frédéric ROMAN, docteur ès sciences, préparat. de géologie à l'Université de Lyon, avec 3 fig. et 3 pl. hors texte. (I, *Fasc. 1er*) . **5 fr.**

Etudes sur le Polymorphisme des Champignons, influence du milieu, par Jean BEAUVERIE, docteur ès sciences, prépar. de botan. Faculté des Sciences de Lyon, avec 75 gr. dans le texte. (I, *Fasc. 3*). **7 fr. 50**

L'Homme quaternaire dans le Bassin du Rhône, *Etude géologique et anthropologique*, par Ernest CHANTRE, docteur ès sciences, sous-directeur du Muséum, avec 74 figures dans le texte (I, *Fasc. 4*) . . . . **6 fr.**

La Botanique à Lyon avant la Révolution et l'histoire du Jardin botanique municipal de cette ville, par M. GÉRARD, professeur à la Faculté des Sciences, avec 9 fig. dans le texte et 1 pl. hors texte. *(Fasc. 23)* . . . . **3 fr. 50**

Physiologie comparée de la Marmotte, par le Dr Raphaël DUBOIS, professeur à la Faculté des Sciences. avec 119 figures et 125 planches hors texte, *(Fasc. 25)*. . . . . **15 fr.**

Etudes sur les terrains tertiaires du Dauphiné, de la Savoie, et de la Suisse occidentale, par H. DOUXAMI, docteur ès sciences, professeur au Lycée de Lyon, avec 6 planches hors texte et 31 figures. *(Fasc. 27)* . . . . **6 fr.**

Recherches physiologiques sur l'appareil respiratoire des oiseaux, par J.-M. SOUM, docteur ès sciences, professeur au Lycée de Bordeaux, avec 40 figures dans le texte. *(Fasc. 28)* . . . . . **3 fr. 50**

Résultats scientifiques de la campagne du « Caudan » dans le golfe de Gascogne (août-septembre 1895), par R. KŒHLER, professeur de zoologie à la Faculté des Sciences. *(Fasc. 26)*.

Fascicule I. 1 vol. in-8° avec 6 pl. . . . . **6 fr.**
Fascicule II. 1 vol. in-8° avec 11 pl. . . **6 fr.**
Fascicule III. 1 vol. in-8° avec 21 pl. . . . **20 fr.**

Anatomie pathologique du système lymphatique dans la sphère des néoplasmes malins, par le Dr C. REGAUD, chef des travaux, et le Dr F. BARJON, préparateur d'anatomie générale et d'histologie à la Faculté de médecine (Mémoire couronné par l'Académie de médecine), avec 4 pl. hors texte. *(Fasc. 33)* . . . . **5 fr.**

Recherches stratigraphiques et paléontologiques dans le Bas-Languedoc, par Frédéric ROMAN, docteur ès sciences, préparateur de géologie à la Faculté, avec 40 figures dans le texte et 9 planches hors texte. *(Fasc. 34)*. . . . . . **8 fr.**

Étude du champ électrique de l'atmosphère, par Georges LE CADET, docteur ès sciences, assistant à l'Observatoire de Lyon, 3 fig. et 10 pl. dans le texte. *(Fasc. 35)* . . . . **6 fr.**

Les formes épitoques et l'Évolution des Cirratuliens par Maurice CAULLERY, maître de confér. à la Faculté des Sciences, et Félix MESNIL, chef de Laboratoire à l'Institut Pasteur, 6 pl. hors texte. *(Fasc. 39)*. . . . . **7 fr. 50**

Etude géologique et paléontologique du Carbonifère inférieur du Mâconnais, par A. VAFFIER, docteur en médecine et docteur ès sciences, avec 11 figures et 12 planches hors texte. (I, *Fasc. 7*). . **8 fr.**

Contributions à l'Embryologie des Nématodes, par A. CONTE, docteur ès sciences, prépar. de Zoologie à l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 8*). **5 fr.**

Contributions à l'étude des larves et des métamorphoses des diptères, par C. VANEY, docteur ès sciences, agrégé des sciences naturelles, chef des travaux de Zoologie à l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 9*) . . . . **6 fr.**

Contribution à l'étude de la classe des Nymphéinées, par J.-B.-J. CHIFFLOT, docteur ès sciences naturelles, licencié ès sciences physiques, chef des Travaux de Botanique à la Faculté des sciences, sous-directeur du Jardin botanique de la Ville, avec 214 figures intercalées dans le texte. (I, *Fasc. 10*) . . . . **7 fr. 50**

Monographie géologique et paléontologique des Corbières orientales, par Louis DONCIEUX, docteur ès sciences, Collaborateur auxiliaire au service de la carte géologique de France, avec 69 figures dans le texte, 7 planches hors texte et une carte géologique. (I, *Fasc. 11*) . . . . . . **8 fr.**

Contribution à l'étude des composés diazoamidés, par Louis MEUNIER, docteur ès sciences, chef des travaux de chimie à la Faculté des sciences de l'Université de Lyon. (I, *Fasc. 13*) . . . . **5 fr**

Etude stratigraphique et paléontologique sur la Zone à Lioceras concavum du Mont d'Or lyonnais, par Attale RICHE, docteur ès sciences, chargé d'un cours complémentaire de Géologie à la Faculté des sciences de l'Université de Lyon, avec 7 figures dans le texte et 11 planches hors texte (I, *Fasc. 14*) . . . . **7 fr. 50**

Catalogue descriptif des Fossiles nummulitiques de l'Aude et de l'Hérault. — PREMIÈRE PARTIE : **Montagne noire et Minervois,** par Louis DONCIEUX, docteur ès sciences, préparateur-adjoint au Laboratoire de géologie de la Faculté des sciences de Lyon ; en collaboration avec MM. J. MIQUEL et J. LAMBERT, avec 3 figures dans le texte et 5 planches hors texte (I, *Fasc. 17*) . . **6 fr.**

Minéralogie des départements du Rhône et de la Loire, par Ferdinand GONNARD, ingénieur des Arts et Manufactures, avec 31 figures intercalées dans le texte. (I, *Fascicule 19*). . . . . **4 fr.**

Lyon. — Imprimerie A. REY, 4, rue Gentil. — 42574

